Список літератури: I. Л а ш а Ж.К., У о т с о н Дж.О. Усовершенствованная программа для решения трехмерных задач теории упругости методом граничных интегральных уравнений. - В кн.: Метод граничных интегральных уравнений. М.: Мир, 1978, с. III-128. 2. Л ю д к е в и ч И.В., Ш и р и й И.И. Решение задачи Неймана для уравнения Лапласа на незамкнутых поверхностях методом интегральных уравнений. - Львов, 1983. - 10 с. Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 1182 Ук-Д83. 3. Л ю д к е в и ч И.В., Ш и р и й И.И. Численное решение граничных задач теории потенциала для многосвязных областей. - Теорет. электротехника, 1982, вып. 33, с.12-16.

Стаття надійшла до редколегії 16.02.84

УДК 518.517.948

В.А.Бакалець, В.А.Пучка

КОМПЛЕКС ПРОГРАМ РОЗРАХУНКУ СКЛАДНИХ ЕЛЕКТРОННО-ОПТИЧНИХ СИСТЕМ

Основне завдання сучасного програмного продукту, орієнтованого на задачі математичної фізики, забезпечення точності й економічності обчислень [2]. Досягнути цієї мети можна за рахунок розробки ефективних алгоритмів, проведення детального модульного аналізу, вибору економних схем обчислення, а також організації інтерактивної взаємодії з прикладною програмою. Виходячи з цього, розроблено комплекс програм розрахунку потенціалу, напруженостей еквіпотенціальних ліній електростатичного поля, що створюються розімкнутими просторовими конфігураціями. Вибраний клас поверхонь - це найбільш вживані елементи електронно-оптичних систем /ЕОС/: нескінченно тонкі смужки, пластинки й оболонки, які можуть мати довільні вирізи.

Як відомо [3], просторову задачу розрахунку ЕОС можна звести до двомірного інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, для розв"язування якого використовують методику виділення особливості [1]. Не обмежуючи загальності, запишемо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яку одержуємо з інтегрального рівняння методом коллокації по одній поверхні,

$$\sum_{k=1}^{n} a_k A_{kj} = U_j \;, \quad j=\overline{1,n}, \qquad /1/$$

де $A_{kj} = A_{kj}^{(1)} + A_{kj}^{(2)}$; a_k – невідомі параметри апроксимації густини; U_j – значення потенціалу в точках коллокації на поверхні. Доданки, що визначають кожен елемент матриці, мають такий вигляд:

$$A_{kj}^{(1)} = \iint\limits_{\square} \frac{1}{\sqrt{1-\vartheta^2}} \mathcal{H}_{kj}(\vartheta,\tau)\, d\vartheta\, d\tau, \qquad /2/$$

$$A_{kj}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{1-\vartheta_j^2}} \mu_k(\vartheta_j, \tau_j)\, \Omega_j \,, \qquad /3/$$

де $\mathcal{H}_{kj}(\vartheta,\tau) = Q_k(\vartheta,\tau) R_j^{-1}(\vartheta,\tau) - \sqrt{\frac{1-\vartheta^2}{1-\vartheta_j^2}}\, Q_k(\vartheta_j,\tau_j) F_j(\vartheta,\tau);$ /4/

$$Q_k(\vartheta,\tau) = \mu_k(\vartheta,\tau)\,\Phi(\vartheta,\tau),\; R_j(\vartheta,\tau) = \left[(x(\vartheta,\tau)-\bar{x}_j)^2 + (y(\vartheta,\tau)-\bar{y}_j)^2 + (z(\vartheta,\tau)-\bar{z}_j)^2\right]^{\frac{1}{2}}; \qquad /5/$$

$$\Omega_j = \Phi(\vartheta_j,\tau_j) \iint\limits_{\square} F_j(\vartheta,\tau)\, d\vartheta\, d\tau,\; \square = [-1,1]\times[0,1]; \qquad /6/$$

$\mu_k(\vartheta,\tau)$ – це система дробово-раціональних функцій [3], яка використовується для наближення розв"язку інтегрального рівняння; $\Phi(\vartheta,\tau)$ – елемент площі, що виникає при переході від подвійного інтегралу до повторного; (ϑ_j, τ_j) – точка коллокації, образом якої у декартовій системі координат є точка $(\bar{x}_j, \bar{y}_j, \bar{z}_j)$; $F_j(\vartheta,\tau)$ – спеціально побудована функція [1], однією з властивостей якої є те, що інтеграл /6/ береться в квадратурах. Послідовно застосовуючи квадратурні формули Ерміта по ϑ і Гаусса по τ , інтеграл обчислюємо за формулою

$$A_{kj}^{(1)} = C \sum_{\ell=1}^{n_\ell} \sum_{s=1}^{n_s} d_s \varkappa_{kj} (\nu_\ell, \tau_s), \qquad /7/$$

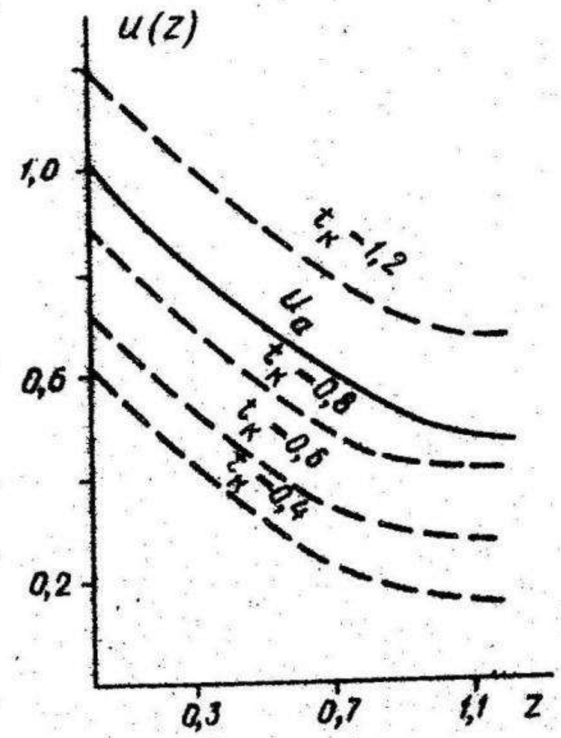
де d_s, τ_s – коефіцієнти і вузли формули Гауса; ν_ℓ – вузли формули Ерміта; $C = const$.

Використовуючи /7/, для заповнення матриці системи /I/ необхідно виконати $2n^2 n_\ell n_s$ обчислень функцій $Q_k(\nu, \tau)$ і $R_j(\nu, \tau)$. Значний виграш в часі дає заповнення всіх елементів матриці в даному вузлі інтегрування, змінивши порядок сумування. При цьому суттєвим стає те, що індекси k, j у формулі /4/ розділяються. Таке нашарування елементів матриці дає змогу здійснювати лише $n n_\ell n_s$ обчислень кожної функції. Реалізація цього дала змогу скоротити час обчислення критичного місця програми – обчислення поверхневих інтегралів.

Розв"язувати задачі розрахунку ЕОС на базі методу інтегральних рівнянь можна за такими основними етапами: підготовка дискретизації інтегрального рівняння, розв"язування системи рівнянь /I/, аналіз одержаного розв"язку, розрахунок потенціалу, напруженостей і побудови еквіпотенціалів. Проведення конкретних розрахунків вимагає повторення певних кроків алгоритму для підбору оптимальних параметрів. Ефективна у цьому випадку організація діалогу з програмою. В середовищі ДОС ЕС як термінал програма використовує пульт оператора, а при роботі в системі "Дубна" БЭСМ-6-дисплей при підтримці підсистемою МУЛЬТИТАЙП [4].

На першому етапі роботи програми необхідно описати геометрію конфігурацій, точки розрахунку і задати, якщо необхідно, параметри методу: порядок апроксимації густини, точність інтегрування, кількість розбиттів, нелінійний параметр t_k [3] і т.д. За замовчуванням ці величини вибирають стандартними. Наступний етап полягає в побудові матриці системи /I/. При цьому здійснюють розбиття поверхонь точками коллокації, враховують симетрію конфігурацій, виділяють особливість в ядрі і т.д. Наявність слабкої особливості в ядрі інтегрального оператора гарантує добру зумовленість системи рівнянь. Але, крім того, корисно знати число $cond(A)$ зумовленості матриці системи, яке отримують на третьому етапі паралельно з розв"язуванням системи рівнянь. Для цього використовують спеціальну підпрограму [5], яка у випадку точної виродженості матриці припиняє обчислення. Чисельні експерименти показали, що у нашому випадку число зумовленості перебуває у межах $10^4/n \le cond(A) \le 10^4$. Такий контроль обчислювального процесу дає змогу уникнути помилок.

При аналізі отриманого розв"язку інтегрального рівняння необхідно відповісти на таке питання: чи досить взятих параметрів наближеного методу для подальшого розрахунку ЕОС з деякою точністю? Апостеріорна похибка розв"язку, що виводиться на термінал, дає змогу вирішити, як продовжувати роботу програмі. Якщо точність не достатня, то, змінивши параметри методу, можна зробити переобчислення. Для зміни параметрів необхідно набирати відповідні ідентифікатори та значення їх на терміналі. Маючи інформацію про точність отримуваного розв"язку, переходять до заключного етапу.



Слід відзначити, що при необхідності кінцеві результати виводять теж на термінал.

Така структура програми дала змогу провести ряд досліджень з підбору оптимальних параметрів наближеного методу. Зокрема, для задачі розрахунку поля просторового диску, що має аналітичний розв"язок, вдалося при допомозі нелінійного параметру t_k досягти абсолютної похибки 10^{-4}. Поведінку потенціалу поля при різних значеннях t_k показано на рисунку пунктирами, а крива U_a відповідає аналітичному розв"язку і збігається з наближеним розв"язком при $t_k = 1.0$ з вказаною точністю.

Список літератури: I. Бакалець В.А., Пучка В., Ширий И.И. Расчет электростатического поля с нарушенной осевой симметрией в пространственной постановке. - Львов, 1983. - 14 с. Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 390-83. 2. Ильин В., Вопросы технологии пакетов программ для задач математической физики. - В кн.: Разработка пакетов прикладных программ. Новосибирск: Наука, 1982, с. 113-129. 3. Людкевич И.В., Гордийчук В.И., Бакалец В.А. и др. Численное решение пространственных задач теории потенциала. - Львов: Изд-во при ЛГУ, 1979. - 116 с. 4. Мазный Г.Л. Программирование на БЭСМ-6 в системе "Дубна". - М.: Наука, 1978. - 272 с. 5. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. - М.: Мир, 1980. - 280 с.

Стаття надійшла до редколегії 23.02.84