

но-однородной плоскости с тонкостенными упругими включениями. - Прикладная механика, 1975, т. II, № I, с. 74-81. 3. Драган М.С., Опанасович В.К. Напряженное состояние полосы /балки/ с прямолинейным тонкостенным включением. - Прикл. мат. и мех., 1979, т. 43, № 2, с. 342-348. 4. Мартиняк Р.М., Сулим Г.Т. Периодическая задача для системы линейных компланарных включений в изотропной плоскости. - Мат. методы и физ.-мех. поля, 1982, вып. 15, с. 113-117. 5. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацишин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. - К.: Наукова думка, 1976. - 444с.

Стаття надійшла до редакції 08.02.83

УДК 541.124

Ю.А.Наздерський, В.Є.Юринець, В.П.Баран, О.О.Свтушенко

ДО МЕТОДУ ІНТЕГРУВАННЯ СИСТЕМ

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ХІМІЧНОЇ КІНЕТИКИ

Розглянемо систему рівнянь хімічної кінетики, яка описує механізм термічного розкладання ацетилену. Така система рівнянь подібна до систем з праць [1, 2] і має вигляд

$$\frac{dy_e}{dt} = \sum_{m=1}^{M_e} K_{em} y_e y_e, \quad e, i, i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Причому

$$y(0) = (1, 0, \dots, 0)$$

$$K = \begin{pmatrix} 0,024, & 0,59, & 0,358 \cdot 10^6, & 0,59, & 0,966 \cdot 10^8, & 0,59, \\ 0,966 \cdot 10^8, & 0,59, & 0,966 \cdot 10^8, & 0,59, & 0,966 \cdot 10^8, & 0,59, \\ 0,966 \cdot 10^8, & 0,59, & 0,966 \cdot 10^8, & 0,59, & 0,966 \cdot 10^8, & 0,59, \\ 0,666 \cdot 10^8, & 0,666 \cdot 10^8, & 0,666 \cdot 10^8, & 0,666 \cdot 10^8, & 0,666 \cdot 10^8, & 0,666 \cdot 10^8, \\ 0,666 \cdot 10^8, & 0,666 \cdot 10^8, & 0,666 \cdot 10^8, & 0,459 \cdot 10^8, & 0,715 \cdot 10^8, & 0,715 \cdot 10^8, \\ 0,536 \cdot 10^6, & 0,402 \cdot 10^6, & 0,302 \cdot 10^6, & 0,226 \cdot 10^6, & 0,17 \cdot 10^6, & 0,127 \cdot 10^6 \end{pmatrix}$$

$0,961 \times 10^7, 0,715 \times 10^6, 0,536 \times 10^6, 0,402 \times 10^6, 0,302 \times 10^6, 0,23 \times 10^6,$
 $0,17 \times 10^6, 0,127 \times 10^6, 0).$

При таких коефіцієнтах K_{em} система рівнянь /I/ жорстка.

Вперше поняття жорсткого рівняння ввели Кертіс і Гіршфельдер [2], розглядаючи скінченно-різницеву схему для $dT/dt = aT$ і відносячи його до випадку $1/act \ll 1$. Це ж саме наявне і в системі /I/. Жорсткість – це властивість математичної задачі, а не числового методу [7].

Основною проблемою при розв'язуванні таких систем є проблема числової стійкості. Для її забезпечення потрібно використовувати крок h , для якого число $h_i = h\lambda_i$ було всередині області стійкості. Тут λ_i – власні числа матриці Якобі, складені з часткових похідних по y правої частини системи /I/. При використанні звичайних методів необхідне число кроків інтегрування може виявитись більшим, ніж коефіцієнти жорсткості S системи $S = \frac{\max \operatorname{Re}(-\lambda_i)}{\min \operatorname{Re}(-\lambda_i)} \gg 1$. Тому запропоновано декілька зручних для жорстких систем алгоритмів їх інтегрування.

Різними методами розв'язування системи диференціальних рівнянь у часткових похідних можна звести до розв'язування системи звичайних диференціальних рівнянь. Але властивості звичайних диференціальних рівнянь можуть радикально відрізнятися від властивостей рівнянь у часткових похідних. Наприклад, застосування методу прямих до рівнянь у часткових похідних для ламінарного примежового шару, приводить до жорстких звичайних диференціальних рівнянь. Тому методи їх розв'язання можна застосовувати в теорії пружності, гідродинаміці, газодинаміці, магнітогідродинаміці, фізиці плазми, при розрахунку атмосферних явищ й інших галузях.

Але алгоритми розв'язків жорстких задач на відміну від нежорстких досліджені ще недостатньо.

Для розв'язування системи /I/ використовували декілька методів.

1. Застосовували програму *DIFSUB* [8] з використанням методу Адамса. Підпрограма *MATINV* цієї програми розрахована на розв'язування системи, кількість невідомих якої не перевищує 22.

Однак матриця Якобі системи /I/ дуже рідко заповнена. Тому необхідно внести деякі зміни в алгоритми. Зокрема, замість прямого обернення матриці Якобі використовували метод її факторизації з допомогою підпрограми *DECOMP* і *SOLVE* [6]. Набір операторів

```
DO 400 I=1,N
400 SAVE(9,I) = Y(1,I)
```

замінено послідовним розв'язуванням системи $PAX = Y$, де A - матриця Якобі PW ; X - розв'язок системи /I/, $Y(1,i), i=1, \dots, N$;

Y - деякий відомий масив. Результати розрахунків показали, що при вхідних даних $H=10^{-4}$, $HMIN=10^{-2}$, $HMAX=10^{-10}$, $EPS=10^{-5}$ найнижчий порядок апроксимації методу не перевищує в 3. Описаний прийом дав змогу вдосконалити *DIFSUB* та розв'язати нелінійні системи виду /I/ з більш ніж 22 невідомими.

2. Розкладаючи величину $y_{i+1} = y(x_i + h)$ в ряд по степенях h з точністю до h^4 одержуємо

$$y_{i+1} \approx y_i + y'_i h + \frac{y''_i}{2!} h^2 + \frac{y'''_i}{3!} h^3. \quad /2/$$

формулу /2/ застосовували для обчислення розв'язку системи /I/ на ЕОМ. Максимально досягнутий крок, який не приводить до втрати стійкості, дорівнює $0,22 \times 10^{-7}$. Вирази для похідних одержували диференціюванням системи /I/.

Використовуючи ідею Річардсона [7], можна записати формули

$$y_{i+1} = y_{i-2} + 3(y_i - y_{i-1}) + \frac{h^3}{2}(y_i''' + y_{i-1}''') + R_1,$$

$$R_1 = \frac{420 h^7 y^{(7)}(\xi_1)}{100800};$$

/3/

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(y_{i+1}' + y_i') - \frac{h^2}{10}(y_{i+1}'' - y_i'') +$$

$$+ \frac{h^3}{120}(y_{i+1}''' + y_i''') + R_2, \quad R_2 = -\frac{h^7 y^{(7)}(\xi_2)}{100800}.$$

/4/

Формули /3/ і /4/, очевидно, точніші, ніж /2/, а час розрахунку значно менший.

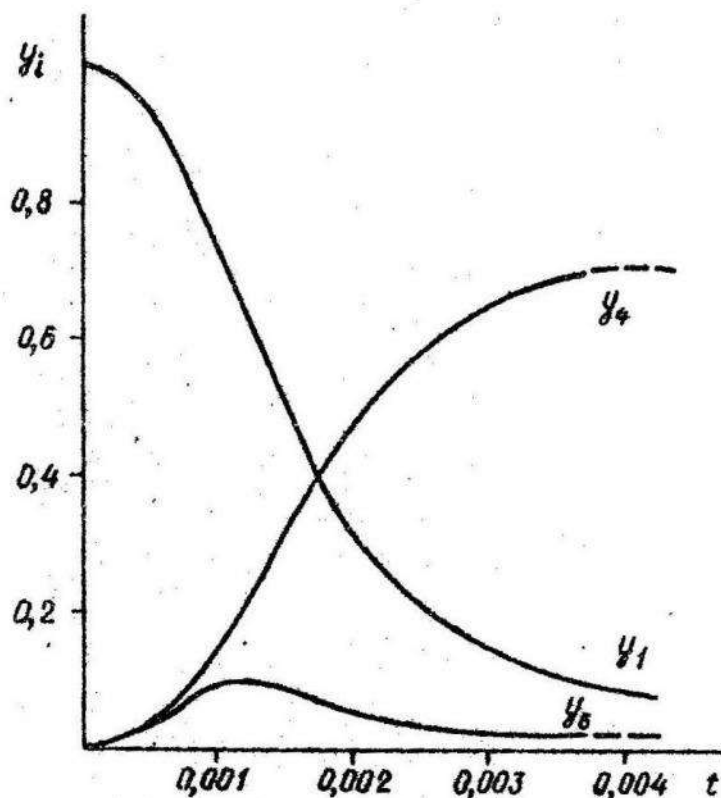


Рис. I.

формулу /3/ використовували для знаходження першого наближення y_{i+1} , а /4/ дає уточнене значення

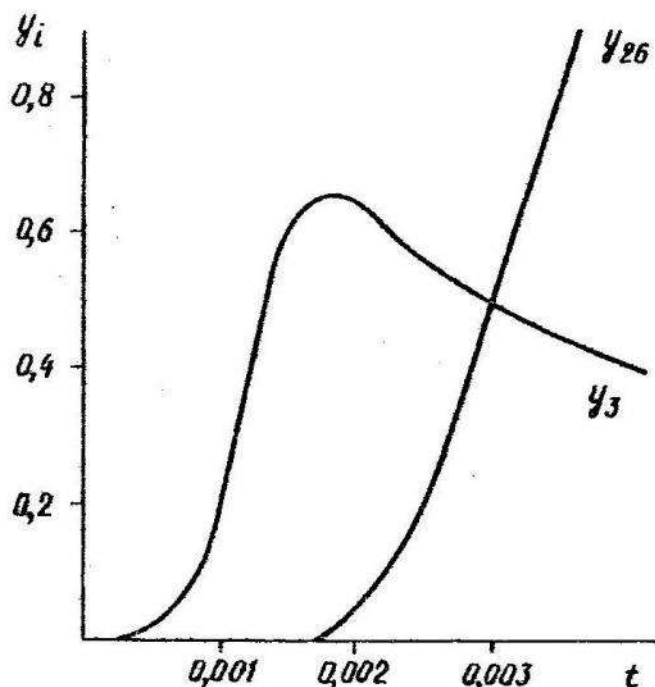


Рис. 2.

Для обчислення значень y_1 і y_2 застосовували формулу Тейлора. Потім ці значення уточнювали за формулою /3/.

На рис. 1, 2 показані деякі компоненти y_i залежно від часу. Найбільше відхилення в результатах при обчисленні за програмою *DIFSUB* і формулами /3/, /4/ спостерігалось в при початкових часах і не перевищувало 7 %. Для всіх інших компонент y результати практично збіглися.

Список літератури: 1. Г у т о р Н.М. Кинетика образования и превращения этана при окислительном пиролизе метана. - Докл. АН УРСР. Сер. Б, 1979, № 5, с.433-436. 2. Г у т о р Н.М., К у ч е р Р.В. Механизм окислительного пиролиза метана. - Укр. хим. журн. 1980, т.45, вып.6, с.549-552. 3. Д е м и д о в и ч Б.Г., М а р о н И.А., Ш у в а л о в Э.З. Численные методы анализа. -

М.: Наука, 1967. - 368 с. 4. Р о у ч П. Вычислительная гидродинамика. - М.: Мир, 1980. - 616 с. 5. С т е п а н о в В.В. Курс дифференциальных уравнений. - М.: Гостехиздат, 1952. - 468 с. 6. Ф о р с а й т Дж., М а л ь к о л ь м М., Н о у л е р К. Машинные методы математических вычислений. - М.: Мир, 1980. - 277 с. 7. Х о л л Дж., У а т т Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Мир, 1979. - 312 с. 8. *Gear C.W. Algorithm 407, DIFSUB for solution of ordinary differential equations. - Commun. Ass. comput. Mech., 1971, 14, p.185-190.* 9. *Curtiss G.F., Hivschfelder J.O. Integration of stiff equations. - Proc. Nat. Aeronaut. Soc. 1952, v. 38, p.235-248.* 10. *Richardson L.F. The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. - Trans. Roy. Soc. London Ser. A., 1910, v.210, p.307-357.*

Стаття надійшла до редколегії 05.10.83

УДК 519.21

І.Д.Квіт

ДОВІРЧІ ІНТЕРВАЛИ ДЛЯ ПОРЯДКОВИХ СТАТИСТИК

Нехай

$$x_1, \dots, x_n \quad /1/$$

ряд незалежних спостережень над абсолютно неперервною або дискретною випадковою змінною ξ з функцією розподілу ймовірностей $F(x)$. Запишемо варіаційний ряд для незалежних спостережень /1/ у вигляді

$$x_{1n}, \dots, x_{jn}, \dots, x_{nn} \quad /2/$$