$$E\xi=\frac{a}{A},\ E\eta=\frac{b}{A},\ D\xi=\frac{a(b+c)}{A^2(A+1)},\ D\eta=\frac{b(a+c)}{A^2(A+1)},$$

$$cov(\xi,\eta)=-\frac{ab}{A^2(A+1)},\ \rho(\xi,\eta)=-\sqrt{\frac{ab}{(a+c)(b+c)}},$$

де $A=a+b+c$. Відзначимо, що кореляція між компонентами бета-вектора завжди від"ємна. Двовимірні густини Фішера, гамма та бета описані в праці [2].

Список літератури: I. К в і т І.Д. Зворотна формула для відбиття. - Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат., 1978, вип. 13, с. 47-52. 2. Mardia K.V. Families of bivariate distributions. London, 1970.- 109 p.

Стаття надійшла до редколегії 24.01.83

УДК 517.917

Л.М.Лісевич

ПРО ОДНУ ДОСТАТНЮ УМОВУ ІСНУВАННЯ ОБМЕЖЕНОГО ТА МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНОГО РОЗВ"ЯЗКУ ЛІНІЙНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

У цій статті продовжуємо дослідження достатніх умов існування обмеженого та майже періодичного розв"язку (м.п.) рівняння

$$y''=\varphi(x)y+\psi(x)y'+\omega(x). \tag{1}$$

Одна така достатня умова доведена у праці [2]. Вкажемо ще одну достатню умову існування обмеженого і м.п. розв"язку рівняння (1), доведення якої грунтується на одній теоремі у праці [2]. Сформулюємо цю теорему.

Теорема 1. Нехай у рівнянні

$$y''=f(x)y+g(x): \tag{2}$$

I) $f(x)$ – неперервна на всій дійсній осі функція, причому

$$0<\alpha^2<f(x)<\beta^2;$$

2) $g(x)$ – S^p – сумовна функція $(p\geq 1)$ з обмеженим інтегралом

$$G(x)=\int_0^x g(t)dt, \quad x\in J=]-\infty,+\infty[. \tag{3}$$

Тоді існує обмежений розв"язок рівняння (2), для якого

$$\sup_{x\in J}|y(x)|\leq\frac{2|\beta|\sup_{x\in J}|G(x)|}{\alpha^2}. \tag{4}$$

Якщо, крім того, $f(x)$ – м.п. функція Бора, а $g(x)$ – S^p – м.п. функція, то цей розв"язок – м.п. функція Бора.

Теорема 2. Нехай у рівнянні (I):

I) $\varphi(x)$ – неперервна функція на всій дійсній осі;

2) $\psi(x)$ – неперервно диференційовна функція, для якої

$$|\Psi(x)|=\left|\int_0^x\psi(t)dt\right|<+\infty, \quad x\in J;$$

3) $0<\alpha^2<\varphi(x)+\frac{1}{4}\psi^2(x)-\frac{1}{2}\psi'(x)<\beta^2;$

4) $|\Omega(x)|=\left|\int_0^x\omega(t)dt\right|<+\infty, \quad x\in J.$

Тоді існує обмежений розв"язок рівняння (I), для якого

$$\sup_{x\in J}|y(x)|\leq\frac{2|\beta|\sup_{x\in J}|\Omega(x)|}{\alpha^2}. \tag{5}$$

Доведення. Приймемо

$$u(x)=y(x)\exp\left(-\frac{1}{2}\Psi(x)\right). \tag{6}$$

Тоді, виходячи з (I), отримуємо

$$u''=\left(\varphi(x)+\frac{1}{4}\psi^2(x)-\frac{1}{2}\psi'(x)\right)u+\omega(x)\exp\left(-\frac{1}{2}\Psi(x)\right). \tag{7}$$

Співвідношення (7) є рівнянням виду (2), причому коефіцієнт при u задовольняє умову I) теореми I, а вільний член – умову

2) цієї теореми. Отже, існує обмежений розв"язок рівняння (7), для якого

$$\sup_{x\in J}|u(x)| \leq \frac{2|\beta|}{\alpha^2}\sup_{x\in J}\left|\int_0^x \omega(t)\exp\left(-\frac{1}{2}\psi(t)\right)dt\right|.$$

Але $y(x)=u(x)\exp\left(\frac{1}{2}\psi(x)\right)$. Тоді

$$\sup_{x\in J}|y(x)| = \sup_{x\in J}|u(x)|\exp\left(\frac{1}{2}\psi(x)\right) \leq$$

$$\leq \frac{2|\beta|}{\alpha^2}\sup_{x\in J}\left|\int_0^x \omega(t)\exp\left(-\frac{1}{2}\psi(t)\right)dt\right|\exp\left(\frac{1}{2}\psi(x)\right) \leq$$

$$\leq \frac{2|\beta|\sup_{x\in J}|\Omega(x)|}{\alpha^2}, \tag{8}$$

що й треба було довести.

Теорема 3. Нехай у рівнянні (1) $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $\psi'(x)$ – м.п. функції Бора, які задовольняють умови I) – 3) теореми 2, $\omega(x)$ – S^p – м.п. функція, що задовольняє умову 4) цієї теореми. Тоді існує обмежений і м.п. за Бором розв"язок рівняння (I).

Доведення. Існування обмеженого розв"язку безпосередньо випливає з теореми 2. Доведемо його м.п. за Бором. Функція $f(x)=\varphi(x)+t\psi^2(x)-\frac{1}{2}\psi'(x)$ м.п. функція Бора, а

$$g(x)=\omega(x)\exp\left(-\frac{1}{2}\psi(x)\right),$$

S^p – м.п. функція, причому

$$|G(x)| = \left|\int_0^x g(t)dt\right| < +\infty,\ x\in J.$$

Тоді за теоремою I обмежений розв"язок $u(x)$ рівняння (7) м.п. функція Бора. Але

$$y(x)=u(x)\exp\left(\frac{1}{2}\psi(x)\right).$$

За умовою функція $\psi(x)$ обмежена і за відомою теоремою Бора вона м.п. за Бором, а функція $\exp\left(\frac{1}{2}\psi(x)\right)$ м.п. за Бором як суперпозиція неперервної і м.п. за Бором функція. Тоді $y(x)$ м.п. за Бором функція, як добуток двох м.п. за Бором функцій. Теорема доведена.

Список літератури: І. Лісевич Л.М., Костюк Я.П. Про майже періодичність розв"язків деяких звичайних диференціальних рівнянь другого порядку з S^p – майже періодичною правою частиною. – Доп. АН УРСР. Сер. А, 1971, № 1, с. 25-26.
2. Лісевич Л.М. Деякі достатні умови існування обмеженого і майже періодичного розв"язку одного лінійного диференціального рівняння другого порядку. – Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат., 1981, вип. 18, с. 93-97.

Стаття надійшла до редколегії 21.05.84

УДК 536.12

Б.В.Ковальчук, Я.М.Середа

ДВОВИМІРНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ТІЛ З ТОНКИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Розглянемо шар товщиною l, в якому на відстані $z_1 - d$ від граничної поверхні $z = 0$ розміщено чужорідне включення товщиною $2d$. На поверхнях $z = 0$, $z = l$ шару задані температури як періодичні функції координати x і гармонічні функції часу τ, тобто

$$t\Big|_{z=0} = t_0 \cos\omega x\, e^{i\beta\tau}, \quad t\Big|_{z=l} = t_l \cos\omega x\, e^{i\beta\tau}, \qquad (1)$$

де ω, β – сталі величини.

Коефіцієнти теплопровідності й об"ємної теплоємності даного кусково-однорідного тіла як єдиного цілого подаємо у вигляді

$$\lambda(z) = \lambda_1 + (\lambda_0 - \lambda_1) N(z), \quad C(z) = C_1 + (C_0 - C_1) N(z), \qquad (2)$$