УДК 514

С.В.Дениско, С.І.Кубів

ПОШУК РОЗГОРТНИХ ПОВЕРХОНЬ СЕРЕД ВІДТВОРЮВАНИХ З ДОПОМОГОЮ ПЕВНОГО МЕХАНІЗМУ ЛІНІЙЧАСТИХ ПОВЕРХОНЬ

Нехай пряма M_1M_2 проходить через кінці M_1, M_2 радіусів двох кіл Γ_1, Γ_2, розміщених відповідно у площинах α_1, α_2, а точки O_1, O_2 – центри кіл Γ_1, Γ_2.

Радіус O_1M_1 повертається навколо точки O_1 в площині α_1, а радіус O_2M_2 навколо точки O_2 в площині α_2 так, що відношення кута повороту одного радіуса до кута повороту другого – величина стала. При цьому пряма M_1M_2 відтворюватиме лінійчасту поверхню. Це відтворювання можна реалізувати з допомогою певного механізму.

Для того щоб поверхня з названого класу була розгортною, необхідне і достатнє виконання умови

$$\begin{gathered}2a(A\sin\varphi\sin k\varphi + B\cos\varphi\sin k\varphi + \\ + C\sin\varphi\cos k\varphi + D\cos\varphi\cos k\varphi) + \\ + R_1(L\sin k\varphi + K\cos k\varphi) - R_2(N\sin\varphi - M\cos\varphi) = 0,\end{gathered} \tag{I}$$

де R_1, R_2 – радіуси кіл Γ_1, Γ_2; $\varphi, k\varphi$ – кути повороту радіусів O_1M_1, O_2M_2; $A=(\bar{e}_3\bar{\mu}_1\bar{\mu}_2)$, $B=(\bar{e}_3\bar{\nu}_1\bar{\mu}_2)$,

$$C=(\bar{e}_3\bar{\mu}_1\bar{\nu}_2),\quad D=(\bar{e}_3\bar{\nu}_1\bar{\nu}_2),\quad K=(\bar{\mu}_1\bar{\nu}_1\bar{\nu}_2),$$

$$L=(\bar{\nu}_1\bar{\mu}_1\bar{\mu}_2),\quad M=(\bar{\mu}_2\bar{\nu}_1\bar{\nu}_2),\quad N=(\bar{\nu}_2\bar{\mu}_1\bar{\mu}_2),$$

причому $\bar{\mu}_1 \perp \bar{\nu}_1$, $\bar{\mu}_2 \perp \bar{\nu}_2$, $|\bar{\mu}_i| = |\bar{\nu}_i| = 1$, $\bar{e}_3$ належить ортонормальному координатному реперу $\{O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$, вибраному так, що $\overline{OO_1} = a\bar{e}_3$, $\overline{OO_2} = -a\bar{e}_3$; $\overline{O_1M_1} = R_1(\bar{\mu}_1\cos\varphi + \bar{\nu}_1\sin\varphi)$,
$\overline{O_2M_2} = R_2(\bar{\mu}_2\cos k\varphi + \bar{\nu}_2\sin k\varphi)$.

Розшук розгортних поверхонь для випадку, коли площини α_1, α_2 паралельні, розглянуто нами раніше*.

Тепер пошук розгортних поверхонь розглядаємо без будь-якого обмеження на положення площин α_1, α_2, але тривіальний випадок, коли α_1, α_2 суміщаються, виключаємо.

---

* Дениско С.В. Про деякі способи відтворення розгортних поверхонь. – Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат., 1982, вип. 20, с. 83–86.

З умови (I) випливають такі необхідні умови існування розгортної поверхні:

$$2aD + R_1K - R_2M = 0 \ ,$$

$$2aB\kappa + 2aC + R_1\kappa L - R_2N = 0 \ ,$$

$$2aA\kappa - a(\kappa^2-1)D - \frac{1}{2}R_1K\kappa^2 + \frac{1}{2}R_2M = 0 \ ,$$

$$-2aB\left(\frac{1}{3!}\kappa^2 + \frac{1}{2!}\right)\kappa - 2aC\left(\frac{1}{3!} + \frac{1}{2!}\kappa^2\right) - \frac{1}{3!}\kappa^3LR_1 + \frac{1}{3!}NR_2 = 0,$$

$$-\frac{2}{3!}a\kappa A(\kappa^2+1) + 2aD\left(\frac{1}{4!}\kappa^4 + \frac{1}{2!}\frac{1}{2!}\kappa^2 + \frac{1}{4!}\right) + R_1K\frac{1}{4!}\kappa^4 -$$

$$- R_2M\frac{1}{4!} = 0 \ ,$$

$$2aB\left(\frac{1}{5!}\kappa^5 + \frac{1}{3!}\frac{1}{2!}\kappa^3 + \frac{1}{4!}\kappa\right) + 2aC\left(\frac{1}{5!} + \frac{1}{3!}\frac{1}{2!}\kappa^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4!}\kappa^4\right) + R_1L\frac{1}{5!}\kappa^5 - R_2\frac{1}{5!}N = 0 \ ,$$

$$2aA\left(\frac{1}{5!}\kappa^5 + \frac{1}{3!}\frac{1}{3!}\kappa^3 + \frac{1}{5!}\kappa\right) + 2aD\left(-\frac{1}{6!}\kappa^6 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4!}\frac{1}{2!}\kappa^4 - \frac{1}{4!}\frac{1}{2!}\kappa^2 - \frac{1}{6!}\right) - R_1K\frac{1}{6!}\kappa^6 + R_2M\frac{1}{6!} = 0 \ ,$$

$$2aB\left(-\frac{1}{7!}\kappa^7 - \frac{1}{5!}\frac{1}{2!}\kappa^5 - \frac{1}{3!}\frac{1}{4!}\kappa^3 - \frac{1}{6!}\kappa\right) + 2aC\left(-\frac{1}{7!} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{5!}\frac{1}{2!}\kappa^2 - \frac{1}{3!}\frac{1}{4!}\kappa^4 - \frac{1}{6!}\kappa^6\right) - \frac{1}{7!}\kappa^7R_1L + \frac{1}{7!}R_2N = 0 \ .$$

Звідси $\kappa = 1$. Крім того, якщо $a \neq 0$, необхідні умови існування розгортної поверхні такі:

$$B + C = 0 \ , \quad R_1K - R_2M = 0 \ ,$$

$$A=0\,,\quad D=0\,,\quad R_1L-R_2N=0\,.$$

Коли ж $a=0$, то умови набирають вигляду

$$R_1K-R_2M=0\,,$$
$$R_1L-R_2N=0\,.$$

У першому випадку маємо всі еліптичні конуси та еліптичні циліндри. Для еліптичного конуса кола Γ_1, Γ_2 належать одній і тій же сім"ї кругових перерізів, а для еліптичного циліндра – одній або різним сім"ям кругових перерізів.

У другому випадку матимемо всі еліптичні циліндри. Причому кола Γ_1, Γ_2 належать різним круговим перерізам.

Стаття надійшла до редколегії 18.03.85

УДК 512.553

О.Д.Артемович, О.Л.Горбачук

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ $\dot{I}$ - РАДИКАЛИ

Всі розглядувані кільця – асоціативні, а всі модулі – праві й унітарні. Крім того, надалі користуватимемося термінологією з праць [2, 3]. Категорію всіх правих диференціальних модулів над диференціальним кільцем R позначимо через $D\,mod\text{-}R$.

Кожному правому диференціальному ідеалу I диференціального кільця R зіставимо диференціальний радикал σ_I [3], який називається диференціальним I-радикалом, причому такий, що клас $T_I=\{M\in D\,mod\text{-}R/MI=M\}$ радикальний для σ_I.

<u>Зауваження 1</u>. Кожний диференціальний I-радикал задається також двостороннім диференціальним ідеалом $S=RI$.

Перенесемо деякі результати статті [2] на диференціальний випадок. Для цього введемо декілька понять і доведемо необхідні твердження.

<u>Означення 1</u>. Диференціальним радикалом Джекобсона $J^{\alpha}(M)$ правого диференціального R-модуля M називається перетин його максимальних диференціальних підмодулів.

<u>Означення 2</u>. Диференціальний підмодуль K диференціального модуля M називається диференціально косуттєвим, якщо з умови