де $\Delta \mathscr{s}_i$ – приріст середнього рангу відмов на i -й множині відмов [2] . Наприклад, при конфігурації $\mathscr{s}_1 = 15$, $f_1 = 25$, $\mathscr{s}_2 = 9$, $f_2 = 15$, $\mathscr{s}_3 = 4$, $f_3 = 9$, $\mathscr{s}_4 = 3$, $f_4 = 7$, $\mathscr{s}_5 = 13$ інформативність вибірки

$$I_{100,44,56} = \frac{15 \cdot 1,377683 + 9 \cdot 1,544675 + 7 \cdot 1,765343}{100 + 0,4} = 0,467378.$$

Відношення /5/ до /1/ утворює відносну інформативність згрупованої вибірки.

Список літератури: 1. Г л і в е н к о В.І. Теорія імовірностей. – К.; Х., Рад. шк., 1938. – 148 с. 2. К в і т І.Д. Методичні вказівки до курсу "Теорія надійності". Львів, 1982. – 24 с.

Стаття надійшла до редколегії 28.06.84

УДК 519.21

І.Д.Квіт

МНОЖНИКИ ВІДБИТТЯ

Нехай система S розщеплюється на незалежні підсистеми $S_1, S_2, \ldots$. Дія підсистеми S_1 підсилюється дією підсистеми S_2 і т.д. Визначити дію системи S . Обернена задача: дія системи S відома, знайти дії підсистем, якщо такі є. Обидві задачі багатозначні. Тому розглянемо одне їх уточнення.

Нехай підсистема S_1 описується додатною випадковою змінною ξ_1 з функцією розподілу $F_1(t)$, підсистема S_2 – змінною ξ_2 з функцією розподілу $F_2(t)$ і т.д. Визначити функцію розподілу $F(t)$ випадкової змінної $\xi = \xi_1 \cdot \xi_2 \cdots$. Задача однозначно розв"язується. Наприклад, для системи з двох підсистем

$$F(t) = \int_0^\infty F_1\left(\frac{t}{\tau}\right) dF_2(\tau), \; t > 0.$$

Для розв"язування оберненої задачі припустимо, що функція розподілу $F(t)$ додатної випадкової змінної ξ , яка описує систему S , має відбиття

$$\varphi(z) = \int_0^\infty t^{z-1} dF(t), \; 1-\alpha < \operatorname{Re} z < 1+\beta, \; (\alpha > 0, \beta > 0). \qquad /1/$$

У праці [1] доведено, що відбиття дає змогу однозначно відновити функцію розподілу. Таким чином, відбиття /1/ повністю описує систему S. Індукцією доводиться, що коли незалежні додатні випадкові змінні мають відбиття, то у спільній смузі аналітичності відбиття добутку цих змінних дорівнює добутку відбить множників. Останній факт використовуємо для виявлення можливих підсистем даної системи. Проілюструємо це прикладами.

Нехай система S описується експонентною випадковою змінною ξ з функцією розподілу

$$F(t)=1-e^{-t},\ t>0,$$

що має відбиття

$$\varphi(z)=\Gamma(z),\ 0<\mathrm{Re}\,z\,.$$

Оскільки рекурентна формула для гама-функції дає змогу утворювати безліч добутків, то експонентну змінну можна розщепити безліччю способами. Наприклад, добуткові $\Gamma(z)=\frac{1}{z}\cdot\Gamma(z+1)$ відповідає розщеплення системи S на дві незалежні підсистеми: одна описується рівномірною на інтервалі /0; I/ випадковою змінною, а друга – змінною Ерланга з густиною te^{-t}, $t>0$. Добуткові $\Gamma(z)=\frac{1}{z}\cdot\frac{2}{z+1}\cdot\frac{\Gamma(z+2)}{2}$ відповідає розщеплення системи S на три незалежні підсистеми, одна з яких описується рівномірною на інтервалі /0; I/ випадковою змінною, друга – мономною на інтервалі /0; I/ змінною з густиною $2t$, а третя – змінною Ерланга з густиною $\frac{1}{2}t^2e^{-t}$, $t>0$. Приклад показує, що задача розщеплення системи на підсистеми не є однозначна.

Бозони /елементарні частинки з цілим спіном/ описуються функціями, зв"язаними з густиною

$$f_1(t)=\frac{1}{\zeta(1+\alpha)\Gamma(1+\alpha)}\cdot\frac{t^{\alpha}}{e^{t}-1},\ t>0,\ (\alpha>0)\,, \qquad /2/$$

що має відбиття

$$\varphi_1(z)=\frac{\zeta(z+\alpha)}{\zeta(1+\alpha)}\cdot\frac{\Gamma(z+\alpha)}{\Gamma(1+\alpha)},\ 1-\alpha<\mathrm{Re}\,z\,. \qquad /3/$$

Першому множникові відбиття /3/ відповідає дискретна випадкова змінна ζ з розподілом

$$P\left\{\zeta=\frac{1}{n}\right\}=\frac{1}{\zeta(1+\alpha)}\cdot\frac{1}{n^{1+\alpha}},\ (n=1,2,\dots;\ \alpha>0)\,, \qquad /4/$$

а другому – гама випадкова змінна з густиною

$$f(t)=\frac{1}{\Gamma(1+\alpha)}t^{\alpha}e^{-t},\ t>0\,. \qquad /5/$$

Отже, система з густиною /2/ розщеплюється на дві незалежні підсистеми: одна з розподілом /4/, друга з густиною /5/.

Ферміони /елементарні частинки з напівцілим спіном/ описуються функціями, зв"язаними з густиною

$$f_2(t)=\frac{1}{(1-2^{-\alpha})\zeta(1+\alpha)\Gamma(1+\alpha)}\,\frac{t^{\alpha}}{e^{t}+1}\,,\ t>0,\ (\alpha>0), \qquad /6/$$

що має відбиття

$$\varphi_2(z)=\frac{1-2^{1-z-\alpha}}{1-2^{-\alpha}}\cdot\frac{\zeta(z+\alpha)}{\zeta(1+\alpha)}\cdot\frac{\Gamma(z+\alpha)}{\Gamma(1+\alpha)}\,,\ 1-\alpha<\operatorname{Re} z\,. \qquad /7/$$

Звідси видно, що система з густиною /6/ розщеплюється на три незалежні підсистеми: дві з них такі, як у випадку /2/ - /3/, а третя з відбиттям, якому відповідає незвичайний двозначний розподіл

$$P\{\eta=1\}=\frac{2^{\alpha}}{2^{\alpha}-1}>1\,,\ P\left\{\eta=\frac{1}{2}\right\}=\frac{-1}{2^{\alpha}-1}<0\,.$$

Рівномірна на інтервалі /0; a / випадкова змінна має відбиття

$$\varphi(z)=a^{z-1}\cdot\frac{1}{z}\,,\ 0<\operatorname{Re} z$$

і є добутком двох незалежних випадкових змінних: рівномірної на інтервалі /0; I/ та імпульсу в точці a , $P\{\nu=a\}=1$.

Можливість розщеплення системи на зліченну множину незалежних підсистем або на підсистеми з сингулярними розподілами випливає з праці [2].

Таким чином, множники відбиття додатної випадкової змінної, що описує деяку систему, дають змогу виявити незалежні підсистеми, на які розщеплюється система.

Список літератури: I. К в і т І.Д. Зворотна формула для відбиття. - Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат., 1978, вип. 13, с. 47-53. 2. К в і т І.Д. Про розщеплення однієї абсолютно неперервної випадкової змінної на добуток двох незалежних сингулярних випадкових змінних. - Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат., 1980, вип. 16, с.19-23.

Стаття надійшла до редколегії 28.06.84