1. К в і т І.Д. Методичні вказівки до курсу "Теорія надійності". Львів, 1982. 2. К в і т І.Д. Довірчі інтервали для порядкових статистик // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1985. Вип. 23. С. 94-98.

Стаття надійшла до редколегії 28.10.85

УДК 519.21

І.Д.Квіт, Є.В.Москвяк

ПОРІВНЯННЯ ДВОХ ЗРІЗАНИХ ВИБІРОК

Розглянемо дві незалежні вибірки (x) та (y) незалежних напрацювань до відмови F або зупинки S з абсолютно неперервних популяцій. Потрібно перевірити гіпотезу про те, що вибірки однорідні, тобто популяції, з яких взято вибірки, однаково абсолютно неперервно розподілені.

Упорядкуємо за значенням елементи кожної вибірки від найменшого напрацювання до найбільшого, вказуючи сподівані ранги відмов. Метод обчислення сподіваних рангів відмов у зрізаній вибірці описано, наприклад, у праці [1]. Сподівані ранги напрацювань до відмови у зрізаній вибірці, як правило, дробові. Ранг найбільшого напрацювання до відмови в упорядкованій вибірці, збільшений до найближчого цілого числа, назвемо обсягом варіаційного ряду. Позначимо через m і n відповідно обсяги варіаційних рядів для вибірок (x) та (y). За допомогою інтерполяції та екстраполяції запишемо два нові варіаційні ряди $(\tilde{x})$ та $(\tilde{y})$ з елементами, відповідними рангам від 1 до m для вибірки (x), і від 1 до n для вибірки (y). Тепер можемо застосувати один з довільних критеріїв порівняння двох повних незалежних вибірок.

На основі двох одержаних варіаційних рядів $(\tilde{x})$ та $(\tilde{y})$ запишемо один спільний варіаційний ряд обсягу $m+n$. Якщо гіпотеза однорідності вибірок істинна, то на кожному відрізку спільного варіаційного ряду зі заданою пропорцією $\tilde{x}$ повинна трапитися в середньому така ж пропорція $\tilde{y}$. Якщо ж на якомусь відрізку спільного варіаційного ряду пропорція $\tilde{x}$ значно більша, або значно менша, ніж пропорція $\tilde{y}$, то це свідчить проти гіпотези. Тому за статистику критерію перевірки гіпотези приймаємо число $W(\tilde{y}/\tilde{x})$ інверсій $\tilde{y}$ відносно $\tilde{x}$ у спільному варіаційному ряду. Зауважимо, що $W(\tilde{y}/\tilde{x})+W(\tilde{x}/\tilde{y})=mn$; статистики $W(\tilde{y}/\tilde{x})$ і $W(\tilde{x}/\tilde{y})$ виступають симетрично.

Відомо [2], що статистика W має розподіл Вілкоксона. З таблиць цього розподілу бачимо, що при рівні значущості $\alpha=0{,}01$ і $m\leq n\leq 4$ критерій Вілкоксона ніколи не може відхилити гіпотези (навіть якщо вона хибна). Відомо також, що за умови

$$m\geq 4\ ,\ n\geq 4\ ,\ m+n\geq 20 \tag{1}$$

статистика W наближено нормально розподілена зі сподіванням a та дисперсією σ^2

$$a=\frac{mn}{2}\ ,\quad \sigma^2=\frac{mn(m+n+1)}{12}\ . \tag{2}$$

У даному випадку, наприклад, при рівні значущості α = 0,05, область прийому гіпотези задається інтервалом

$$(\,a-1{,}96\sigma\,;\ a+1{,}96\sigma). \tag{3}$$

Якщо емпіричне значення W не потрапляє в область (3), то гіпотезу однорідності двох початкових зрізаних вибірок (x) та (y) відхиляємо.

Таким чином, якщо зрізані вибірки (x) та (y) задовольняють умову (1), то при рівні значущості α = 0,05 область прийому гіпотези задається інтервалом (3).

Проілюструємо методику порівняння двох зрізаних вибірок на прикладі, коли одна вибірка повна, а друга – зрізана.

На основі двох незалежних вибірок (x) та (y) незалежних напрацювань до відмови F або зупинки S одержано наступні варіаційні ряди [1]. Для повної вибірки

(x) : 22 37 47 57 67 74 83 92 102 113 127 144 172;

для зрізаної вибірки

(y) : 20 23 36 46 55 60 60 60 66 77 88 90 100 110 140
$\quad\ \ S\ \ F\ \ F\ \ F\ \ F\ \ S\ \ S\ \ S\ \ F\ \ F\ \ F\ \ S\ \ S\ \ F\ \ F$.

Перевірити гіпотезу однорідності вибірок.

Сподівані ранги відмов у зрізаному варіаційному ряду

F :	23	36	46	55	66	77	88	110	140
	1,07	2,13	3,20	4,27	5,73	7,20	8,66	11,11	13,55.

Обсяги m = I3 повного варіаційного (x) та n = I4 зрізаного варіаційного ряду (y) задовольняють умову (1). Тому при рівні значущості α = 0,05 за формулами (2) і (3) знаходимо a = 9I, σ^2 = 424,66 та область прийому гіпотези (50, 6I; I3I,39).

Для зрізаної вибірки (y) утворимо новий варіаційний ряд $(\tilde{y})$ з елементами відповідними рангам від I до I4

$(\tilde{y})$: 2I,5 34,4 44,I 52,7 60,5 68,0 75,5 83,02 9I,0 I00 I09 I20 I33 I44,6.

Спільний варіаційний ряд для (x) та $(\tilde{y})$ набуває вигляду

(x):		22	37	47	57	67	74	83	92
$(\tilde{y})$:	2I,5	34,4	44,I	52,7	60,5	68,0	75,5	83,02	9I,0
(x):		I02	II3	I27	I44	I72			
$(\tilde{y})$:	I00	I09	I20	I33	I44,6				

Емпіричне значення статистики $W(\tilde{y}/x)$ дорівнює I+2+3+4+5+6+7+ +9+I0+II+I2+I3+I4 = 97 і потрапляє в область прийому гіпотези.

Отже, приймаємо гіпотезу однорідності вибірок (x) та (y).
Зазначимо, що $W(x/\tilde{y})$ = I+2+3+4+5+6+7+7+8+9+I0+II+I2 = 85 та
$W(\tilde{y}/x)+W(x/\tilde{y})$ = 97 + 85 = I82 = I3·I4 = mn.

I. К в і т І.Д. Методичні вказівки до курсу "Теорія надійності". Львів, I982. 2. К в і т І.Д. Статистична змінна. Львів, I974.

Стаття надійшла до редколегії 28.I0.85