

О.П.Гнатишин

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ
ОПТИМАЛЬНОЇ ТАКТИКИ
ПОПЕРЕДЖУВАЛЬНИХ ЗАМІН
ПРИ ВЕЙБУЛІВСЬКИМ НАПРАЦЮВАННІ

Попереджувальні заміни в напрацюванні полягають у заміні елемента на новий при умові, що працюючий до цього елемент або відмовив, або вже має напрацювання T . Розглядаємо задачу визначення правила попереджувальних заміन елементів складних технічних систем для описаної нижче моделі.

Заміна елемента проводиться після $(k-1)$ ремонту. Елемент після $(i-1)$ ремонту підлягає ремонту (або замінюється новим, якщо $i = k$) при відмові або в момент T_i (T_i годин після останнього ремонту чи заміни) залежно від того, що швидше відбудеться.

У досліджуваній моделі C_n - вартість планового ремонту елемента; C_H - вартість ремонту відмовленого елемента; C_3 - вартість заміни.

Сподівані вартість і тривалість ремонтного циклу відповідно дорівнюють

$$M[k, \{T_i\}] = (k-1)C_n + C_3 + C_H \sum_{i=1}^k F_i(T_i), \quad (1)$$

$$L[k, \{T_i\}] = \sum_{i=1}^k \int_0^{T_i} (1 - F_i(t)) dt, \quad (2)$$

де $F(t)$ - функція розподілу ймовірностей виходу елемента з ладу.

Сподівана питома вартість ремонтного циклу

$$C[k, \{T_i\}] = \frac{M[k, \{T_i\}]}{L[k, \{T_i\}]} \quad (3)$$

Оптимальна тактика полягає у визначенні кількості попереджувальних замін k і моментів проведення попереджувальних замін $\{T_i(k)\}$, при яких функція (3) набуває мінімального значення.

Диференціюючи (3) по T_i і прирівнюючи похідну до нуля, отримуємо необхідну умову мінімуму сподіваних витрат

$$z_i(T_i^*) = C[k, \{T_i^*\}] / C_H, \quad 1 \leq i \leq k, \quad (4)$$

де $z(t)$ - інтенсивність відмов елемента за час t .

Таким чином, періоди проведення попереджувальних заміन такі, що інтенсивності відмов за ці періоди однакові.

У праці [2] доведено, що для будь-якого $k \geq 1$, $\{T_i^*(k)\}$ існує $\{T_i^*(k)\}$, $1 \leq i \leq k$ скінчене, єдине і спадне по i .

Ймовірність виходу з ладу більшості елементів складних технічних систем підпорядкована розподілу Вейбуля

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^\delta}, \quad t \geq 0, \quad (a > 0, \delta > 0). \quad (5)$$

Параметр форми δ , як правило, залишається незмінним на всьому періоді експлуатації системи.

Для визначення оптимальної тактики попереджувальних заміन у випадку розподілу (5) рівняння (4) запишемо у вигляді

$$T_i = T_1 \left(\frac{a_i}{a_1} \right)^{\frac{\delta}{\delta-1}}, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^k \left\{ \frac{\delta}{a_i} T_1^{\delta-1} \int_0^{T_i} e^{-\left(\frac{t}{a_i}\right)^\delta} dt + e^{-\left(\frac{T_i}{a_i}\right)^\delta} - 1 \right\} = \frac{(k-1)C_n + C_3}{C_n}. \quad (7)$$

Рівняння (6)–(7) розв'язуємо методом послідовних наближень.

Проведені числові експерименти на ЕОМ показали, що при сталих C_n , C_3 зі зростанням параметра форми δ розподілу (5) оптимальні періоди $\{T_i^*\}$ попереджувальних замін зменшуються. Виявлено також, що при збільшенні вартості ремонту відмовленого елемента C_n питомі витрати на експлуатацію системи зростають.

І. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М., 1969. 2. Nguen D.G., Murthy D.N.P. Optimal Preventive Maintenance Policies for Repairable Systems // Operation Research. 1981. Vol. 29. P. 1181–1194.