На закінчення відзначимо, що модифікований метод еквівалентної лінеаризації може бути поширений без істотних труднощів і на задачу Коші для системи рівнянь першого порядку

$$\frac{dy_i}{dx} + \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(x) y_k = \sum_{k=1}^{n} b_{ik}(x) f_k(y_k) + c_i(x),$$

а також на нелінійні рівняння другого порядку виду

$$y'' + f(y') + g(y) = h(x).$$


1. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. М., 1954. 2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1958. 3. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М., 1971. 4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962. 5. Лопатинский Я.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения. К., 1984. 6. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М., 1969. 7. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М., 1981.



Стаття надійшла до редколегії 26.09.85

УДК 517.949:517.956



А.М.Кузик


# ПРО ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ЛОКАЛЬНО-ОДНОВИМІРНОЇ РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ У ВИПАДКУ УЗАГАЛЬНЕНИХ РОЗВ"ЯЗКІВ

Одним з найбільш ефективних методів побудови економічних різницевих схем є метод сумарної апроксимації (МСА). Він дає змогу будувати різницеві локально-одновимірні схеми (ЛОС) для нестаціонарних задач математичної фізики у випадку довільної області $n$ - вимірного простору [4]. У працях [2,3] досліджена збіжність адитивних моделей і різницевих ЛОС МСА при мінімальних вимогах на гладкість розв"язку вихідної диференціальної задачі. Одержимо оцінку швидкості збіжності для однієї різницевої

ЛОС в нормі більш сильній, ніж у праці [3]. Для спрощення розглядаємо двовимірний евклідів простір, однак отримані результати характерні і для простору довільного числа вимірів.

Розглянемо крайову задачу

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{\alpha=1}^{2}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right)+q(x,t)u(x,t)=f(x,t); \qquad (1)$$

$$x=(x_1,x_2),\quad (x,t)\in Q_T,$$

$$u(x,0)=u_0(x),\quad x\in\Omega,$$

$$u(x,t)=0,\quad (x,t)\in S_T, \qquad (2)$$

де $\Omega=\{(x_1,x_2):\ 0<x_1<1,\ 0<x_2<1\}$, $\Gamma$ – границя області $\Omega$, $Q_T=\Omega\times(0,T)$, $S_T=\Gamma\times[0,T]$.

На відрізку $[0,T]$ і в області $\bar\Omega$ введемо рівномірні сітки

$$\bar\omega_\tau=\left\{t=t_j=j\tau:\ j=0,1,\dots,K,\ \tau=\frac{T}{K}\right\},$$

$$\bar\omega_h=\left\{x=(x_1,x_2)=(i_1h_1,i_2h_2),\ i_\alpha=0,1,\dots,N_\alpha,\ N_\alpha h_\alpha=1,\alpha=1,2\right\}.$$

Введемо позначення: $|h|^2=h_1^2+h_2^2$; $\omega_h$ – множина внутрішніх вузлів сітки $\bar\omega_h$, $\gamma=\bar\omega_h\setminus\omega_h$.

Взявши за основу адитивну модель МСА з розпаралелюванням [1], побудуємо різницеву ЛОС

$$\eta_\alpha\frac{y_\alpha^{j+1}-\bar y^j}{\tau}+\Lambda_{\alpha,j+1}y_\alpha^{j+1}=\frac{1}{\tau h_1h_2}\int_{t_j}^{t_{j+1}}\int_{x_1-\frac{h_1}{2}}^{x_1+\frac{h_1}{2}}\int_{x_2-\frac{h_2}{2}}^{x_2+\frac{h_2}{2}}f_\alpha(\xi_1,\xi_2,t)\,d\xi_2\,d\xi_1\,dt, \qquad /3/$$

$$(x_1,x_2)\in\omega_h,\quad j=0,1,\dots,K-1,\quad \alpha=1,2,$$

$$y_\alpha^0=\frac{1}{h_1h_2}\int_{x_1-\frac{h_1}{2}}^{x_1+\frac{h_1}{2}}\int_{x_2-\frac{h_2}{2}}^{x_2+\frac{h_2}{2}}u_0(\xi_1,\xi_2)\,d\xi_2\,d\xi_1,\quad \bar y^j=\sum_{\alpha=1}^{2}\eta_\alpha y_\alpha^j,$$

$$y_\alpha^j\Big|_\gamma=0,\quad j=0,1,\dots,K, \qquad (4)$$

де

$$\Lambda_{\alpha,j+1}v=-\left(a_\alpha^{j+1}v_{\bar x_\alpha}\right)_{x_\alpha}+d_\alpha^{j+1}v,\quad \Lambda_{j+1}=\Lambda_{1,j+1}+\Lambda_{2,j+1};$$
$$\alpha=1,2,$$

$$a_{\alpha}^{j+1}=\frac{1}{\tau h_1 h_2}\int\limits_{t_j}^{t_{j+1}}\int\limits_{x_\alpha-h_\alpha}^{x_\alpha}\int\limits_{x_{3-\alpha}-\frac{h_{3-\alpha}}{2}}^{x_{3-\alpha}+\frac{h_{3-\alpha}}{2}} k_\alpha(\xi_1,\xi_2,t)\,d\xi_2\,d\xi_1\,dt;$$

$$d_{\alpha}^{j+1}=\frac{1}{\tau h_1 h_2}\int\limits_{t_j}^{t_{j+1}}\int\limits_{x_1-\frac{h_1}{2}}^{x_1+\frac{h_1}{2}}\int\limits_{x_2-\frac{h_2}{2}}^{x_2+\frac{h_2}{2}} q_\alpha(\xi_1,\xi_2,t)\,d\xi_2\,d\xi_1\,dt;$$

$$\sum_{\alpha=1}^{2}\eta_\alpha=1,\ \sum_{\alpha=1}^{2}f_\alpha(x,t)=f(x,t),\ \sum_{\alpha=1}^{2}q_\alpha(x,t)=q(x,t).$$

Існує така теорема.

<u>Теорема.</u> Нехай $u_0(x)\in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$, $f_\alpha(x,t)\in L_2(Q_T)$, $\alpha=1,2$ і виконуються умови

$$k_\alpha(x,t)\in W_\infty^{1,1}(Q_T),\quad k_\alpha(x,t)\geq\nu>0,$$

$$q_\alpha(x,t),\ \frac{\partial q_\alpha}{\partial t}\in L_\infty(Q_T),\ q_\alpha(x,t)\geq\nu>0,\ \alpha=1,2,$$

тоді, якщо

$$\frac{\tau}{|h|^2}\leq C_1<\infty,\quad \frac{h_1}{h_2}=C_2<\infty,$$

розв"язок різницевої ЛОС (3), (4) збігається до розв"язку задачі (I), (2) і наявна оцінка швидкості збіжності

$$\Big[\tau\sum_{j=0}^{K-1}\Big(\|\bar{y}^{j+1}-\frac{1}{\tau}\int\limits_{t_j}^{t_{j+1}}u(\cdot,t)dt\|^2_{L_2(\omega_h)}+\sum_{\alpha=1}^{2}\|y_{\bar{x}_\alpha}^{j+1}-\frac{1}{\tau}\int\limits_{t_j}^{t_{j+1}}u(\cdot,t)dt\|^2_{W^1_{2\alpha}(\omega_h)}\Big)\Big]^{1/2}\leq$$

$$\leq Mc|h|\Big(\|u\|_{W_2^{2,1}(Q_T)}+\sum_{\alpha=1}^{2}\|f_\alpha\|_{L_2(Q_T)}\Big),$$

де $C = max\{c_1, c_2, \frac{1}{c_2}\}$ ; $M$ - константа, яка не залежить від $\tau, h$ та $u$.

І. Г о р д е з и а н и Д.Г., С а м а р с к и й А.А. Некоторые задачи термоупругости пластин и оболочек и метод суммарной аппроксимации // Комплексный анализ и его приложения. М., 1978. С. 173-186. 2. К у з ы к А.М., М а к а р о в В.Л. Скорость сходимости метода суммарной аппроксимации для обобщенных решений // Докл. АН СССР 1984. Т. 275. № 2. С. 297-301. 3. М а к а р о в В.Л., К у з ы к А.М. Сходимость метода суммарной аппроксимации для обобщенных решений. Львов, 1984. 34 с. Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 2096 Ук-Д84. 4. С а м а р с к и й А.А. Теория разностных схем. М., 1983.

Стаття надійшла до редколегії 26.02.86

УДК 681.3.06

О.О.Євтушенко, В.В.Черняхівський

## ДО ВЕРИФІКАЦІЇ ЦИКЛІВ ТИПУ *FOR*

Одержання якісного програмного продукту - основна мета системи КАПРИ [1]. Ряд її підсистем з різних позицій підходить до розв"язання цієї проблеми. Наприклад, згенеровані користувачем у діалозі з КАПРИ і структуровані ФОРТРАН-програми можуть налагоджуватися системою КАПКАН методом пошуку конкретних помилок [2], системою тестування, а також системою СИНВЕР (система інтерактивної верифікації). У результаті (після обробки кожною з указаних систем) якість налагодженої програми неодмінно повинна підвищитись.

Кожна програма, якщо вона нормально завершується, сама по собі не будучи ні правильною, ні неправильною, виконує деяку функцію у широкому розумінні цього слова. Визначення відповідності вказаної функції і тієї, реалізацію якої передбачає технічне завдання на дану програму, стає можливим при роботі користувача з інтерактивною системою верифікації СИНВЕР. При розробці цієї системи враховували спеціальну архітектуру поступаючих на її вхід програм, кожна з яких складена на підмножині мови ФОРТРАН ОС ЕС згідно з рекомендаціями [3]. Відзначимо, що СИНВЕР орієнтується на дослідження програм, які реалізують обчислювальні задачі. Суттєво використовується і те, що доведення коректності ієрархічно збудованої програми можна розкласти на доведення коректності елементарних програм, розміщених на відповідних рівнях ієрархії.