Навпаки, нехай для $(\Gamma, (G_+, G, G_-))$ виконується /3/ і $T_r = T_r^*$. Оскільки оператор T_r індукований в $(Z_+, \mathcal{H}, Z_-)$ звуженням форми τ і $\mathcal{D}(T_r^*) = \mathcal{D}(T_r) \subset Z_+ \subset \mathcal{H}_+$, то з наведеного вище наслідку випливає, що $\mathcal{D}(S_0) = \mathcal{D}(T_r^*) \cap \mathcal{D}(T^*) \subset \mathcal{D}(T) \cap \mathcal{D}(T_r) = \mathcal{D}(T_0)$. Разом з цим, оскільки $T \subset T^*$, то $\mathcal{D}(T_0) \subset \mathcal{D}(S_0)$. Таким чином, $\mathcal{D}(T_0) = \mathcal{D}(S_0)$. З /5/ і /7/ записуємо $T^*(1+\hat{T}T^*)^{-1} R(\Gamma^*) = T\hat{\Lambda}_T^{-1} R(\Gamma^*)$. Враховуючи /8/, отримуємо $\hat{\Lambda}_T^{-1} R(\Gamma^*) = (1+\hat{T}T^*)^{-1} R(\Gamma^*)$. Тоді з /2/ і /6/ маємо $\mathcal{D}(T) = \mathcal{D}(T^*)$, тобто оператор T самоспряжений.

1. К а т о Т. Теория возмущений линейных операторов. М., 1972. 2. Л я н ц е В.Э. О замкнутых операторах в гильбертовом пространстве. // Теория функций, функциональный анализ и их приложение. 1972. Вып. 16. С. 165-186. 3. Л я н ц е В.Э., С т о р о ж О.Г. Методы теории неограниченных операторов. К., 1983. 4. Л я н ц е В.Э., Ф е д и к М.Н. Операторы, связанные с полуторалинейными формами. Львов, 1985. Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 2590 - Ук85.

Стаття надійшла до редколегії 18.02.86

УДК 517.958 : 532.529

І.М.Дронюк

РІВНЯННЯ ДИФУЗІЙНОЇ МОДЕЛІ РУХУ ДВОКОМПОНЕНТНОЇ СУМІШІ

Система рівнянь, що описує рух двокомпонентної суміші, містить рівняння балансу маси, імпульсу, моменту інерції і моменту кількості руху. Ці рівняння, записані на основі багатоконтинуумного підходу, мають такий вигляд:

$$\frac{d_i \rho_i}{d\tau} + \rho_i \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_i = Q_i ; \qquad /1/$$

$$\rho_i \frac{d_i \vec{v}_i}{d\tau} = \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma}_i + \vec{F}_i + \vec{P}_i - Q_i \vec{v}_i ; \qquad /2/$$

$$\frac{d_i k_i}{d\tau} + k_i \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_i = K_i ; \qquad /3/$$

$$k_i \frac{d_i \vec{w}_i}{d\tau} = \vec{\hat{\sigma}}_i^{\,K} \times \nabla^K \vec{r}_i + \vec{\nabla} \cdot \hat{\mu}_i + \vec{M}_i + \vec{m}_i - K_i \vec{w}_i , \; i = 1, 2, \qquad /4/$$

де $\frac{d_i}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau} + \vec{v}_i \cdot \vec{\nabla}$ – субстанціональна похідна; $\vec{v}_i$, $\vec{w}_i$ – швидкість і кутова швидкість компонент; ρ_i , k_i – питома густина і питомий момент інерції компонент; Q_i , K_{i_j} – густини потужності джерел маси і момента інерції компоненти i за рахунок компоненти j / $i \neq j$ /; $\hat{\sigma}_i$, $\hat{\mu}_i$ – тензор напружень і тензор моментних напружень; $\vec{F}_i$, $\vec{M}_i$ – вектори масових і масових моментних сил; $\vec{P}_i$, $\vec{m}_i$ – вектори сил і моментів сил міжконтинуумної взаємодії; $\vec{r}_i$ – радіус-вектор центра мас виділеного малого об"єму компоненти i .

Вектор сил міжконтинуумної взаємодії $\vec{P}_i$ зобразимо як суму складових $\vec{P}_i = \vec{P}_i^A + \vec{P}_i^c + \vec{P}_i^n + \vec{P}_i^M$, де $\vec{P}_i^A$ – архімедова сила; $\vec{P}_i^c$ – стоксова сила; $\vec{P}_i^n$ – сила, зумовлена ефектом приєднаних мас; $\vec{P}_i^M$ – сила Магнуса. Вирази для цих сил наявні у праці [3]. Надалі приймемо, що частинки компоненти i мають сферичну форму радіуса R_i . Тоді

$$\vec{P}_i^A = -\gamma_i \vec{\nabla} p_i , \quad \gamma_i = \frac{4}{3} \pi R_i^3 N_i ; \qquad /5/$$

$$\vec{P}_i^c = 6\pi N_i \eta_i (\vec{v}_j - \vec{v}_i) R_i ; \qquad /6/$$

$$\vec{P}_i^n = \chi_i \rho_i \gamma_i \gamma_j \left(\frac{d_j \vec{v}_j}{d\tau} - \frac{d_i \vec{v}_i}{d\tau} \right); \qquad /7/$$

$$\vec{P}_i^M = C_i^M \gamma_i \rho_i (\vec{v}_i \times \vec{w}_j), \qquad /8/$$

де p_i – тиск; η_i – коефіцієнт в"язкості компоненти i ; C_i^M – коефіцієнт сили Магнуса; N_i – кількість частинок компоненти i з розрахунку на одиницю об"єму; χ_i – коефіцієнт форми частинки, для сфери $\chi_i = \frac{1}{2}$.

Запишемо вектор сил тертя при обертанні [1]:

$$\vec{m}_i = \eta_i^k \vec{\nabla} \times (2\vec{w}_i - \vec{\nabla} \times \vec{v}_i), \qquad /9/$$

де η_i^k – коефіцієнт в"язкості компоненти i при обертанні.

Запишемо систему рівнянь /1/–/4/, що описує рух реагуючої двокомпонентної суміші, стосовно процесу грануляції. Нехай суміш складається з частинок компоненти 1 - гранул, до яких в процесі руху суміші в грануляторі налипають частинки компоненти 2. Обмежимося розглядом стаціонарного режиму роботи гранулятора. Приймаємо, що гранулятор тарільчатого типу обертається зі сталою швидкістю W навколо вертикальної осі [2].

Введемо в розгляд нерухому декартову систему координат $OX_1Y_1Z_1$ таким чином, що площина OX_1Y_1 суміщається з площиною дна гранулятора, а точка O знаходиться в центрі, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ - базисні орти цієї системи. Поряд з декартовими координатами в площині OX_1Y_1 введемо полярну систему координат / r, φ /. Вважаємо, що система рівнянь /1/-/4/ записана в координатах / r, φ, z_1 /. У цій системі координат оператор $\vec{\nabla}$ має вигляд $\vec{\nabla}=\frac{\partial}{\partial r}\vec{i}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z_1}\vec{k}$.
Введемо систему координат / ξ, θ, z /, яка рухається разом з гранулятором, такою заміною змінних:

$$\xi=r,\quad \theta=\varphi-W\tau,\quad z=z_1. \qquad /11/$$

Тоді у рухомій системі координат рівняння /1/-/4/ набувають вигляду

$$\frac{\partial\rho_i}{\partial\tau}+W\frac{\partial}{\partial\tau}(\rho_i\vec{v}_i)\vec{j}^W+\vec{\nabla}^W(\rho_i\vec{v}_i)=Q_i; \qquad /12/$$

$$\rho_i\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial\tau}+\rho_i W\vec{v}_i\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial\tau}\cdot\vec{j}^W+\rho_i\vec{v}_i\cdot\vec{\nabla}^W\vec{v}_i=\vec{\nabla}^W\cdot\hat{\sigma}_i+\vec{F}_i+\vec{P}_i-Q_i\vec{v}_i; \qquad /13/$$

$$\frac{\partial k_i}{\partial\tau}+W\frac{\partial}{\partial\tau}(k_i\vec{v}_i)\cdot\vec{j}^W+\vec{\nabla}^W(k_i\vec{v}_i)=K_i; \qquad /14/$$

$$k_i\frac{\partial\vec{w}_i}{\partial\tau}+k_i W\vec{v}_i\frac{\partial\vec{w}_i}{\partial\tau}\cdot\vec{j}^W+k_i\vec{v}_i\cdot\vec{\nabla}^W\vec{w}_i=$$

$$=\sum_{K=1,3}\vec{\sigma}_i^K\times\nabla^K\vec{r}_i^W+\vec{\nabla}^W\cdot\hat{\mu}_i+\vec{m}_i+\vec{M}_i-K_i\vec{w}_i, \qquad /15/$$

де $\vec{\nabla}^W$ - оператор вигляду $\vec{\nabla}^W=\frac{\partial}{\partial\xi}\vec{i}^W+\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\vec{j}^W+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$,
а вектори $\vec{i}^W$, $\vec{j}^W$, $\vec{r}_i^W$ в системі координат /11/ мають координати відповідно / 1 ; $-W\tau$; 0 /, / 1 ; $\pi/2-W\tau$; 0 /, / r_i^0 ; $\varphi_i^0-W\tau$; z /, в момент часу τ. Тут

/ r_1^0 ; φ_i^0 ; z_1 / – координати вектора $\vec{r}_i$ в системі координат / r ; φ ; z_1 /.

У процесі грануляції сили інерції частинок компоненти 2 набагато менші від сил інерції гранул компоненти I. Тому в системі рівнянь /I2/–/I5/ знехтуємо інерційними членами компоненти 2. Крім того, запишемо вектор швидкості кожної компоненти i $(i=1,2)$ як $\vec{v}_i = \vec{v}_i^{\,n} + \vec{v}_i^{\,\delta}$, де $\vec{v}_i^{\,\delta}$ – швидкість руху частинок відносно системи координат / ξ ; θ ; z /, $\vec{v}_i^{\,n}$ – швидкість руху рухомої системи координат. Надалі вважатимемо, що в рухомій системі координат процес квазіусталений і частинки можуть рухатися лише в радіальному напрямку. З огляду на це перетворимо систему рівнянь /I2/–/I5/:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} + w\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho_1 \vec{v}_1)\cdot \vec{j}^{\,w} + \vec{\nabla}^{\varphi}(\rho_1 \vec{v}_1) = Q_1 ; \qquad /I6/$$

$$\rho_1 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial \tau} + \rho_1 w \vec{v}_1 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial \tau}\cdot \vec{j}^{\,w} + \rho_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla}^{\varphi} \vec{v}_1 = \vec{\nabla}^{w} \cdot \hat{\sigma}_1 + \vec{F}_1 + \vec{P}_1 - Q_1 \vec{v}_1 ; \qquad /I7/$$

$$\frac{\partial k_1}{\partial \tau} + w\frac{\partial}{\partial \tau}(k_1 \vec{v}_1)\vec{j}^{\,w} + \vec{\nabla}^{\varphi}(k_1 \vec{v}_1) = K_1 ; \qquad /I8/$$

$$k_1 \frac{\partial \vec{\omega}_1}{\partial \tau} + k_1 w v_1 \frac{\partial \vec{\omega}_1}{\partial \tau}\cdot \vec{j}^{\,w} + k_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla}^{\varphi} \vec{\omega}_1 =$$

$$= \sum_{k=1,3} \vec{\sigma}_1^{\,k} \times \nabla^{k} \vec{r}_1^{\,w} + \vec{\nabla}^{w} \cdot \hat{\mu}_1 + \vec{m}_1 + \vec{M}_1 - K_1 \vec{\omega}_1 ; \qquad /I9/$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial \tau} + \vec{\nabla}^{\varphi}(\rho_2 \vec{v}_2) = Q_2 ; \qquad /20/$$

$$\rho_2 \frac{\partial \vec{v}_2}{\partial \tau} + \rho_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{\nabla}^{\varphi} \vec{v}_2 = \vec{\nabla}^{w} \cdot \hat{\sigma}_2 + \vec{F}_2 + \vec{P}_2 - Q_2 \vec{v}_2 ; \qquad /2I/$$

$$\frac{\partial k_2}{\partial \tau} + \vec{\nabla}^{\varphi}(k_2 \vec{v}_2) = K_2 ; \qquad /22/$$

$$k_2 \frac{\partial \vec{\omega}_2}{\partial \tau} + k_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{\nabla}^{\varphi} \vec{\omega}_2 = \vec{\nabla}^{w} \cdot \hat{\mu}_2 + \vec{m}_2 + \vec{M}_2 - K_2 \vec{\omega}_2 , \qquad /23/$$

де $\vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial}{\partial \xi}\vec{i}^{w} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$, а під $\vec{V}_i$ слід розуміти радіальний вектор $\vec{V}_i^{\beta}$.

Система рівнянь /16/–/23/ є дифузійним наближенням для опису руху двокомпонентної суміші стосовно процесу грануляції.

1. Д ь я р м а т и И. Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы. М., 1974. 2. К л а с с е н П.В., Г р и ш а е в И.Г. Основы техники гранулирования. М., 1982. 3. Н и г м а т у л и н Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М., 1978.

Стаття надійшла до редколегії 18.02.86

УДК 517.968

О.М.Гісь

ГАЛУЖЕННЯ РОЗВ"ЯЗКІВ ОДНОГО НЕЛІНІЙНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ТЕОРІЇ СИНТЕЗУ АНТЕН

Розглянемо інтегральне рівняння, яке виникає в задачі синтезу лінійних антен [3]

$$f(s,c) = \int_{-1}^{1} F(t)K(s,t,c)e^{i\arg f(t,c)}dt, \qquad /1/$$

де $f(s,c)$ – шукана комплексна функція, так звана діаграма направленості; $F(t)$ – задана дійсна функція; $K(s,t,c) = \sin c(s-t)/(\pi\cdot(s-t))$; c – числовий параметр.

У рівняння /1/ нелінійно входить параметр c , при певних значеннях якого відбуваються галуження відомих розв"язків даного рівняння. У праці [3] з допомогою відомої методики [1] досліджується галуження первісного розв"язку

$$f_0(s,c) = \int_{-1}^{1} F(t)K(s,t,c)dt. \qquad /2/$$

Ми аналізуємо ще один первісний розв"язок рівняння /1/

$$f_1(s,c) = \int_{-1}^{1} F(t)K(s,t,c)\,\mathrm{sign}(t-\rho_0)dt, \qquad /3/$$

де $\rho_0 = \rho_0(c)$ визначається з

$$f_1(\rho_0,c) = 0. \qquad /4/$$