

Б. В. ВАЛЬКО, И. В. ЛЮДКЕВИЧ, Л. О. РОМАНІВ

РОЗРАХУНОК ПОЛЯ І ТРАЄКТОРІЙ ЕЛЕКТРОННО-ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ З ОСЬОВОЮ СИМЕТРІЄЮ

Розглянемо електронно-оптичну систему, що складається з трьох циліндрів, причому два з них закриті по боках, а третій, середній, — відкритий. Меридіальний переріз цієї системи з врахуванням симетрії відносно осі OZ і її розміри вказані на рис. 1. На крайніх електродах задається потенціал $u=1$, а на середньому $u=0$.

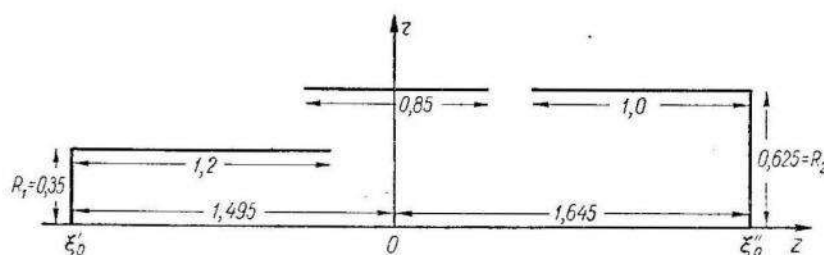


Рис. 1.

Задача знаходження потенціалу такої системи, згідно з роботами [1], [2], зводиться до визначення невідомої густини $q(s)$ з інтегрального рівняння Фредгольма першого роду. Дане інтегральне рівняння розв'язуємо наближено, і труднощі при обчисленнях залежать від способу зображення густини $q(s)$. Як показали приклади розрахунку електронних лінз, найбільш ефективно зображення густини у вигляді суми кільцевих зарядів на кінцях електродів і неперервно розподілених густин. Тоді потенціал у будь-якій точці $M(r, z)$ для електронно-оптичної системи, показаної на рис. 1, можна зобразити так:

$$\begin{aligned}
 u(r, z) = & \int_{-1.495}^{-0.295} q_1(\xi) \frac{K(r, z, R_1, \xi) d\xi}{V(R_1 + r)^2 + (\xi - z)^2} + \int_{-0.425}^{0.425} q_2(\xi) \frac{K(r, z, R_2, \xi) d\xi}{V(R_2 + r)^2 + (\xi - z)^2} + \\
 & + \int_{0.645}^{1.645} q_3(\xi) \frac{K(r, z, R_2, \xi) d\xi}{V(R_2 + r)^2 + (\xi - z)^2} + \int_0^{R_1} q_4(R) \frac{K(r, z, R, \xi_0') dR}{V(R + r)^2 + (z - \xi_0')^2} + \\
 & + \int_0^{R_2} q_5(R) \frac{K(r, z, R, \xi_0'') dR}{V(R + r)^2 + (z - \xi_0'')^2} + \sum_{j=1}^6 C_j \frac{K(r, z, R_j, z_j)}{V(R_j + r)^2 + (z - z_j)^2} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$R_j = \begin{cases} R_1, & j = 1, 2 \\ R_2, & j = 3, 4, 5, 6, \end{cases}$$

де $q_1(\xi)$, $q_2(\xi)$, $q_3(\xi)$, $q_4(R)$ і $q_5(R)$ — неперервно розподілені густини вигляду

$$\begin{aligned} q_1(\xi) &= d_1 + \sum_{k=1}^4 \frac{a_k b_k}{b_k^2 + (z_k - \xi)^2}; \\ q_2(\xi) &= d_2 + \sum_{k=8,9} \frac{a_k b_k}{b_k^2 + (z_k - \xi)^2}; \\ q_3(\xi) &= d_3 + \sum_{k=13}^{16} \frac{a_k b_k}{b_k^2 + (z_k - \xi)^2}; \\ q_4(R) &= d_4 + \frac{a_{17} b_{17}}{b_{17}^2 + (R - R_1)^2}; \\ q_5(R) &= d_5 + \frac{a_{18} b_{18}}{b_{18}^2 + (R - R_2)^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}, \quad k^2 = \frac{4Rr}{(R+r)^2 + (z-\xi)^2}.$$

Тут a_k , d_k і c_j — довільні лінійні параметри; b_k — довільні наперед задані нелінійні параметри; z_k — точки, обрані на електродах; R і ξ — циліндричні координати довільної точки на електроді; z_j — точки на кінцях електродів.

Далі розв'язуємо систему ($n=23$) лінійних алгебраїчних рівнянь, одержаних задоволенням граничних умов в наперед заданих точках, які повинні бути точками **максимального потенціалу** від відповідних густин (2), і перевіряємо граничні умови в проміжних точках. Перевірка граничних умов у проміжних точках дає можливість судити про точність наближеного розв'язку для потенціалу $u(r, z)$, значення якого наведені в таблиці.

r_i	z_i	$u(r_i, z_i)$	r_i	z_i	$u(r_i, z_i)$
0,125	-1,470	1,003447	0,650	-0,106	-0,000470
0,325	-1,445	0,999268	0,650	+0,106	-0,000208
0,325	-1,295	1,000655	0,600	+0,845	1,002361
0,325	-1,045	1,000096	0,600	+1,245	0,999959
0,325	-0,745	1,000464	0,600	+1,595	0,999195
0,325	-0,495	0,998413	0,250	+1,620	0,999963

Траєкторії розглядуваної електронно-оптичної системи задовольняють систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{1}{2u_0} \cdot \frac{\partial u(r, z)}{\partial r};$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{1}{2u_0} \cdot \frac{\partial u(r, z)}{\partial z} \quad (3)$$

в безрозмірних координатах. Застосовуючи екстраполяційну формулу Адамса—Штермера

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= 2z_k - z_{k-1} + h^2 \left(\frac{7}{6} z_k'' - \frac{5}{12} z_{k-1}'' + \frac{1}{3} z_{k-2}'' - \frac{1}{12} z_{k-3}'' \right); \\ r_{k+1} &= 2r_k - r_{k-1} + h^2 \left(\frac{7}{6} r_k'' - \frac{5}{12} r_{k-1}'' + \frac{1}{3} r_{k-2}'' - \frac{1}{12} r_{k-3}'' \right), \end{aligned} \quad (4)$$

одержуємо траєкторії цієї системи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Б. В. Валько, Й. В. Людкевич, І. О. Прусов. Розрахунок електростатичного поля системи електродів малої товщини методом нелінійних параметрів. Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-матем., вип. 1, 1965.
2. Б. В. Валько, І. О. Прусов, Л. О. Романів. Осесиметричний потенціал систем електродів малої товщини. Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-матем., вип. 2, 1965.

Б. В. ВАЛЬКО, Й. В. ЛЮДКЕВИЧ, Л. Е. РОМАНІВ

РАСЧЕТ ПОЛЯ И ТРАЕКТОРИИ ОДНОЙ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

(резюме)

В работе решается одна конкретная задача электронной оптики методом нелинейных параметров, сущность которого заключается в представлении поля потенциалом простого слоя и в специальном представлении плотности в виде линейной комбинации некоторых функций, содержащих параметры, от которых они зависят нелинейным образом.