УДК 519.21

М.М.Шеремета, В.І.Гузар

ПРО ДЕЯКІ КЛАСИ ДОДАТНИХ ФУНКЦІЙ

Нехай L – клас додатних неперервних зростаючих до $+\infty$ на $[x_0, +\infty[$, $x_0 > 0$ функцій. Скажемо [2], що $\alpha \in L^0$, коли $\alpha \in L$ і $\alpha((1+o(1))x) \sim \alpha(x)$ $(x \to +\infty)$. В.М.Золотарьов запропонував дослідити, в якому зв"язку знаходиться клас L^0 з іншими відомими в математичній літературі класами додатних функцій.

Додатна вимірна на $[x_0, +\infty[$ функція α називається RO – змінною [1, с. 86], якщо для кожного $\lambda \in [1, a]$, $1 < a < +\infty$, і всіх $x > x_0$ виконуються нерівності $0 < m < \alpha(\lambda x)/\alpha(x) < M < +\infty$. Скажемо, що $\alpha \in L_{RO}$, коли $\alpha \in L$ і є RO – змінною функцією. Справедливі такі твердження.

<u>Теорема 1.</u> $L^0 \subset L_{RO}$.

<u>Теорема 2.</u> $L^0 \neq L_{RO}$.

<u>Теорема 3.</u> Для кожної функції $\alpha \in L_{RO}$ існує функція $\beta \in L^0$ така, що функція $\eta(x) = \ln\alpha(x) - \ln\beta(x)$ неперервна й обмежена на $[x_0, +\infty[$.

Доведення теореми 3 опирається на властивості RO – змінних функцій і наступну теорему.

<u>Теорема 4.</u> Нехай $\alpha \in L$ і $A(\delta) = \overline{\lim\limits_{x \to +\infty}} \{\alpha((1+\delta)x)/\alpha(x)\}$. Для того, щоб $\alpha \in L^0$, необхідно і досить $A(\delta) \to 1$ $(\delta \to 0)$.

1. С е н е т а Е. Правильно меняющиеся функции. М., 1985.
2. Ш е р е м е т а М.Н. О связи ростом максимума модуля целых функций и модулями коэффициентов их степенных разложений // Изв. вузов. Математика. 1967. № 2. С.100-110.

Стаття надійшла до редколегії 06.04.87