$$z_1(t)=\sqrt{3/4}\,t+(1/\sqrt{12})t^3, \quad |t|<1,$$

$$z_2(t)=\sqrt{4/5}\,t+(1/\sqrt{20})t^4, \quad |t|<1,$$

$$z_3(t)=\sqrt{5/6}\,t+(1/\sqrt{30})t^5, \quad |t|<1.$$

Стаття надійшла до редколегії 23.02.87

УДК 515.12

М.М.Зарічний

ФУНКТОРИ В КАТЕГОРІЇ КОМПАКТІВ, ЩО ЗБЕРІГАЮТЬ ОДНОРІДНІСТЬ

Розглянемо таку задачу: коли нормальний функтор $F: Comp \longrightarrow Comp$ зберігає клас топологічно однорідних просторів? Зауважимо, що всі поняття, які ми використовуємо, наявні у праці [3]. Розв"язок цієї задачі для функторів скінченного степеня дає така теорема.

<u>Теорема</u>. Нехай $F: Comp \longrightarrow Comp$ - нормальний функтор скінченного степеня $n \geqslant 1$, для якого простір $F(I^\tau)$ топологічно однорідний при деякому $\tau \geqslant \omega_2$. Тоді функтор F ізоморфний степеневому функтору $(-)^n$.

Тут необхідне допоміжне твердження.

<u>Лема</u>. Нехай K, L - метризовні компакти, $\tau \geqslant \omega_2$ і $h: F(K^\tau) \longrightarrow F(L^\tau)$ - гомеоморфізм. Тоді для будь-якого $x \in F(K^\tau)$ існує ізоморфізм діаграм $H: F(\pi^3(K^\omega)) \to F(\pi^3(L^\omega))$, утворений гомеоморфізмами $h_1: F(K^\omega) \longrightarrow F(L^\omega)$, $h_{1j}: F(K^\omega \times K^\omega) \longrightarrow F(L^\omega \times L^\omega)$, $j=2,3$, $h_{123}: F(K^\omega \times K^\omega \times K^\omega) \longrightarrow F(L^\omega \times L^\omega \times L^\omega)$, для якого існує точка $\bar{x} \in F(K^\omega)$, що задовольняє умови $deg(x)=deg(\bar{x})$, $deg\, h(x)=deg\, h_1(\bar{x})$.

Доведення проводиться аналогічно лемі 1 з праці [2].

Переходимо до доведення теореми. Припустимо, що $F(I^\tau), \tau \geqslant \omega_2$, однорідний компакт. Нехай $h: F(I^\tau) \longrightarrow F(I^\tau)$ - гомеоморфізм, що переводить точку $x \in F(I^\tau)$, для якої $deg(x)=n$, в точку $y=h(x)$, для якої $deg(y)=1$. Нехай $H=\{h_1, h_{12}, h_{13}, h_{123}\}$ - автоморфізм діаграми $F(\pi^3(I^\omega))$, для якого існує точка $\bar{x} \in F(I^\omega)$ така, що $deg(\bar{x})=deg(x)=n$ і $deg(h_1(x))=deg(y)=1$.

Оскільки степінь функтора F дорівнює n, то для кожної пари точок $z_1, z_2 \in F(I^\omega \times I^\omega)$ такої, що $F(\pi_1)(z_1) = F(\pi_1)(z_2) = \bar{x}$, існує і єдина точка $z \in F(I^\omega \times I^\omega \times I^\omega)$ така, що $F(\pi_{12})(z) = z_1$, $F(\pi_{13})(z) = z_2$. Іншими словами, діаграма

$$\begin{tikzcd}
F(\pi_{12})^{-1}F(\pi_1)^{-1}(\bar{x}) = F(\pi_{13})^{-1}F(\pi_1)^{-1}(\bar{x}) \arrow[r, "F(\pi_{13})"] \arrow[d, "F(\pi_{12})"'] & F(\pi_1)^{-1}(\bar{x}) \arrow[d, "F(\pi_1)"] \\
F(\pi_1)^{-1}(\bar{x}) \arrow[r, "F(\pi_1)"] & \{\bar{x}\}
\end{tikzcd}$$

є універсальним квадратом. Оскільки H - автоморфізм діаграми $F(\pi^3(I^\omega))$, то діаграма

$$\begin{tikzcd}
F(\pi_{12})^{-1}F(\pi_1)^{-1}(h_1(\bar{x})) \arrow[r, "F(\pi_{13})"] \arrow[d, "F(\pi_{12})"'] & F(\pi_1)^{-1}(h_1(\bar{x})) \arrow[d, "F(\pi_1)"] \\
F(\pi_1)^{-1}(h_1(\bar{x})) \arrow[r, "F(\pi_1)"] & \{h_1(\bar{x})\}
\end{tikzcd}$$

$$\equiv$$

$$\begin{tikzcd}
F(h_1(\bar{x}) \times I^\omega \times I^\omega) \arrow[r, "F(\pi_{13})"] \arrow[d, "F(\pi_{12})"'] & F(h_1(\bar{x}) \times I^\omega) \arrow[d, "F(\pi_1)"] \\
F(h_1(\bar{x}) \times I^\omega) \arrow[r, "F(\pi_1)"] & \{h_1(\bar{x})\}
\end{tikzcd}$$

/рівність випливає з нормальності функтора F /також універсальний квадрат. Це означає, що функтор F зберігає добутки гільбертових кубів, що, як легко бачити, еквівалентне його мультиплікативності. За теоремою 1 з праці [1] $F \cong (-)^n$. Теорема доведена.

У зв"язку з доведеною теоремою виникають такі запитання:

1. Чи можна опустити в теоремі умову скінченності степеня функтора?

2. Чи можна послабити умову нормальності, відкинувши властивість збереження прообразів?

1. Заричный М.М. Мультипликативный нормальный функтор – степенной // Мат. заметки. 1987. Т.41. № 1. С.93–100.
2. Смуров М.В. О топологической неоднородности пространств типа $exp K^{\tau}$ // Докл. АН СССР. 1980. Т.255. № 3. С.526–531.
3. Щепин Е.В. Функторы и несчетные степени компактов // Успехи мат. наук. 1981. Т.36. С.3–62.

Стаття надійшла до редколегії 08.04.86

УДК 519.71

О.Д.Артемович

ГЛОБАЛЬНА РЕАКЦІЯ ГРУПОВИХ СИСТЕМ

Загальною системою називається відношення S на непорожніх множинах X і Y [2], тобто $S \subset X \times Y$, де $\times$ – символ декартового добутку.

Якщо S – система, C – довільна множина і функція $R : C \times X \longrightarrow Y$ – така, що

$$(x, y) \in S \Leftrightarrow ((\exists c \in C)[\, y = R(c, x)],$$

то C називається об"єктом глобальних станів системи, елементи множини C – глобальними станами системи, а функція R – глобальною реакцією системи S. Функція R може бути і частковою. Проте теорема I.I із [2] твердить, що кожній системі S відповідає деяка глобальна реакція R, визначена для кожного елемента з множини $C \times X$.

Надалі, як і в [2], R називатимемо глобальною реакцією лише тоді, коли функція R визначена для кожного елемента із множини $C \times X$. Зауважимо також, що всі позначення і терміни, які ми використовуємо без пояснень, можна знайти в [1, 2]; зокрема, через $D(F)$ позначаємо область визначення функції F.

<u>Означення 1.</u> Нехай X – вільна абелева група, Y – абелева група, S – відношення, $S \subset X \times Y$, причому $S \neq \emptyset$. Якщо a, b – будь-які елементи із S і $a \cdot b \in S$, де через $\cdot$ позначено операцію абелевої групи $X \times Y$, то S називаємо <u>груповою</u> системою.

Наявна така теорема.

<u>Теорема 1.</u> Нехай X – вільна абелева група, Y – абелева група. Тоді система S групова в тому і лише в тому випадку, коли знайдеться така глобальна реакція $R : C \times X \longrightarrow Y$,