$\Lambda_q = exp(C_\lambda f_{\lambda 1} f_{\lambda 2})$; $f_{\lambda i} = \sin\left(\pi(x_i - x_{qi}^-)/(x_{qi}^+ - x_{qi}^-)\right)$, $i = 1,2$.

Отже, з ростом коефіцієнта λ в Ω_q величина ψ в області $\Omega_c = \{(x_1, x_2) : x_{\omega 1}^- < x_1 < x_{\omega 1}^+, \; x_{\omega 2}^+ < x_2 < x_{q2}^-\}$ зростає, а в області $\Omega_0 = \{(x_1, x_2) : x_{q1}^- < x_1 < x_{q1}^+, x_{q2}^+ < x_2 < x_2^-\}$ - спадає.

1. Грицько Е.Г., Гудзь Р.В. Нагрев полого цилиндра с кольцевым включением трапециедального сечения // Мат. методы и физ.-мех. поля. К., 1985. Вып. 22. С. 106-109. 2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., 1964. 3. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М., 1981. 4. Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. М., 1984.

Стаття надійшла до редколегії 20.04.87

УДК 515.12

Т.О.Банах

ПРО ПРОДОВЖЕННЯ ПСЕВДОМЕТРИК НА ПРОСТІР ІМОВІРНІСНИХ МІР

Нехай X - компакт і $P(X)$ - простір імовірнісних мір на X, наділений $*$ - слабою топологією. Конструкція простору імовірнісних мір функторіальна в категорії $Comp$ компактів і неперервних відображень [2]. Позначимо через $\eta = [\eta_X]$ природне перетворення тотожного функтора Id в функтор P [1].

Для метричного компакта (X, d) простір $P(X)$ метризується так: якщо $\mu, \nu \in P(X)$, то $\bar{d}(\mu, \nu) = \inf\{\lambda(d) \mid \lambda \in P(X \times X), P(pr_1)(\lambda) = \mu, P(pr_2)(\lambda) = \nu\}$ /$pr_i : X \times X \to X$ - проекція на i-й співмножник/. В.В.Федорчук розглянув метричну пряму границю $F(X)$ послідовності

$$X \xrightarrow{\eta_X} P(X) \xrightarrow{\eta_{P(X)}} P(P(X)) \xrightarrow{\eta_{P^2(X)}} \dots$$

і встановив ряд геометричних властивостей одержаного функтора F, його поповнення та компактифікації.

Постає задача продовження розглянутого функтора з категорії $\mu Comp$ метризованих компактів на категорію $Comp$. М.М.Зарічний запропонував будувати таке продовження за допомогою псевдометрик.

У цій праці покажемо можливість продовження сім"ї псевдометрик з простору X на простір імовірнісних мір $P(X)$ так, що при цьому одержана сім"я псевдометрик задаватиме $*$-слабу топологію на $P(X)$.

Для кожної неперервної псевдометрики $d: X\times X \to R$ означимо функцію $\bar{d}: P(X)\times P(X) \to \mathbb{R}$ за формулою $\bar{d}(\mu,\nu) = \inf\{\lambda(d) \mid \lambda \in P(X\times X),\ P(pr_1)(\lambda)=\mu,\ P(pr_2)(\lambda)=\nu\}$.

Твердження. Функція $\bar{d}$-неперервна псевдометрика на $P(X)$.

Доведення. Нехай $\mu \in P(X)$ і $\lambda = P(\Delta)(\mu)$, де $\Delta: X \to X\times X$ - діагональне вкладення. Тоді, очевидно, $P(pr_1)(\lambda) = P(pr_2)(\lambda) = \mu$. Отже, $\bar{d}(\mu,\mu) \le \lambda(d) = 0$.

Нехай $\sigma: X\times X \to X\times X$ - відображення, що переставляє координати. Тоді для кожного $\lambda \in P(X\times X)$ $P(pr_1)(P(\sigma)(\lambda)) = P(pr_2)(\lambda)$ і $P(pr_2)(P(\sigma)(\lambda)) = P(pr_1)(\lambda)$, звідки випливає симетричність функції $\bar{d}$.

Нехай тепер $\mu,\nu,\xi \in P(X)$, $\lambda_1,\lambda_2 \in P(X\times X)$ такі, що $\bar{d}(\mu,\nu) = \lambda_1(d)$, $\bar{d}(\nu,\xi) = \lambda_2(d)$ і $P(pr_1)(\lambda_1) = \mu$, $P(pr_2)(\lambda_1) = P(pr_1)(\lambda_2) = \nu$, $P(pr_2)(\lambda_2) = \xi$. З біkомутативності функтора P [2] випливає існування такого $\lambda^* \in P(X\times X\times X)$, коли $P(pr_{12})(\lambda^*) = \lambda_1$, $P(pr_{23})(\lambda^*) = \lambda_2$ $(pr_{ij}: X\times X\times X \to X\times X$ - проектування на добуток i-го та j-го співмножників/. Приймемо $\lambda = P(pr_{13})(\lambda^*)$. Тоді $\bar{d}(\mu,\xi) \le \lambda(d) = P(pr_{13})(\lambda^*)(d) = \lambda^*(d\circ pr_{13}) \le$ $\le \lambda^*(d\circ pr_{12} + d\circ pr_{23}) = \lambda^*(d\circ pr_{12}) + \lambda^*(d\circ pr_{23}) = P(pr_{12})(\lambda^*)(d) + P(pr_{23})\times$ $\times(\lambda^*)(d) = \lambda_1(d) + \lambda_2(d) = \bar{d}(\mu,\nu) + \bar{d}(\nu,\xi)$.

Ми показали, що $\bar{d}$ -псевдометрика на $P(X)$.

Покажемо, що для кожного $\mu \in P(X)$ і будь-якої послідовності $\{\mu_i\}_{i=1}^{\infty} \subset P(X)$ такої, що $\{\mu_i\} \to \mu$, маємо $\{\bar{d}(\mu_i,\mu)\} \to 0$. Зафіксуємо $\varepsilon > 0$ і нехай $\{\varphi_1,\dots,\varphi_k\}$ - скінченне розбиття одиниці, підпорядковане покриттю ε-кулями /відносно псевдометрики d /компакта X. Приймемо $M = \max\{d(x,y) \mid x,y \in X\}$. Існує таке $n_0 \in \mathbb{N}$, що для кожного $i \ge n_0$ маємо $|\mu_i(\varphi_j) - \mu(\varphi_j)| < (\varepsilon/2Mk)$ для всіх $j \le k$; оберемо $i \ge n_0$. Нехай $\alpha_j = \min\{\mu_i(\varphi_j), \mu(\varphi_j)\}$. Тоді, очевидно, $1-\alpha_1-\dots-\alpha_k < (\varepsilon/2M)$. Нехай τ_j - /не обов"язково імовірнісна/ додатна міра на X^2 така, що для кожної $\psi \in C(X^2)$ $\tau_j(\psi) = (\mu_i \otimes \mu)((\varphi_j\circ pr_1)(\varphi_j\circ pr_2)\psi)$. Приймемо

$$\tilde{\tau}_j = \begin{cases} \tau_j/\|\tau_j\|, & \text{якщо } \tau_j \ne 0, \\ 0, & \text{якщо } \tau_j = 0 \end{cases}$$

і $\lambda = \sum_{i=1}^{K} \alpha_i \tilde{\tau}_j$. Тоді $P(pr_1)(\lambda) \leq \mu_i$, $P(pr_2)(\lambda) \leq \mu$. Існує імовірнісна міра $\tilde{\lambda} \in P(X^2)$ така, що $\lambda \leq \tilde{\lambda}$ і $P(pr_1)(\tilde{\lambda})\mu_i$, $P(pr_2)(\tilde{\lambda}) = \mu$. Одержуємо $\bar{d}(\mu_i, \mu) \leq$
$\leq \tilde{\lambda}(d) = \lambda(d) + (\tilde{\lambda} - \lambda)(d) < (\varepsilon/2) + (M \cdot \varepsilon / 2M) = \varepsilon$,
тобто $\bar{d}$ –неперервна. Теорема доведена.

Наступний результат подаємо без доведення.

Теорема. Нехай $\{d_\alpha\}$ – сім"я псевдометрик, що задає одностайну структуру на компакті X . Тоді сім"я $\{\bar{d}_\alpha\}$ задає одностайну структуру на просторі $P(X)$.

1. Федорчук В.В. Мягкие отображения, многозначные ретракции и функторы // Успехи мат. наук. 1986. Т.41. Вып.6. С.121-159. 2. Щепин Е.В. Функторы и несчетные степени компактов // Успехи мат. наук. 1981. Т.36. Вып. 3. С. 3-62.

Стаття надійшла до редколегії 23.03.87

УДК 539.377

Б.В.Процюк, В.М.Синюта

ФУНКЦІЯ ГРІНА СТАЦІОНАРНОЇ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ БАГАТОШАРОВОГО ЦИЛІНДРА

Для знаходження розв"язку задач теплопровідності часто застосовують метод граничних елементів [2]. Однак функції Гріна, на використанні яких базується цей метод, відомі лише для окремих задач.

Побудуємо функцію Гріна для області, яка складається з n – концентрично розміщених ідеально контактуючих безмежних циліндрів. Для цього застосуємо рівняння

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial G}{\partial\rho}\right) + \frac{\partial^2 G}{\partial\zeta^2} + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{\lambda_{k+1}-\lambda_k}{\lambda_{k+1}}\frac{\partial G}{\partial\rho}\bigg|_{\rho=r_k-0} \times \quad /1/$$

$$\times\,\delta(\rho - r_k) = -(1/\rho\lambda(\rho))\,\delta(\rho - r)\,\delta(\zeta - z)$$

і граничні умови

$$\left[\lambda_n\frac{\partial G}{\partial\rho} + \alpha_n G\right]\bigg|_{\rho=r_n} = 0,\quad \left[\lambda_1\frac{\partial G}{\partial\rho} - \alpha_1 G\right]\bigg|_{\rho=r_0} = 0, \quad /2/$$

де

$$\lambda(\rho) = \lambda_1 + \sum_{k=1}^{n-1}(\lambda_{k+1} - \lambda_k)S(\rho - r_k);$$