Перехід від трансформант до оригіналів здійснюємо за формулою

$$G=(2/\pi)\int_0^\infty \bar{G}\cos\eta\zeta\,d\eta. \qquad /10/$$

Функція $\bar{G}$ зручна для числових розрахунків при $\rho<z$, а при $\rho>z$ здійснити її числову реалізацію важко через наявність доданків, що поводять себе як $e^{\eta(\rho-z)}$. У цьому випадку слід скористатися симетричністю функції Гріна [1].

Наведені формули дають змогу розв"язувати стаціонарні осесиметричні задачі теплопровідності методом граничних елементів, не здійснюючи розбиття границі розділу шарів.

1. А р с е н и н В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М., 1984. 2. Б е н е р д ж и П., Б а т т е р ф и л д Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. М., 1984. 3. Г а л и ц ы н А.С., Ж у к о в с к и й А.Н. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. К., 1976. 4. П р о ц ю к Б.В. Температурные поля и напряжения в многослойных цилиндрических телах: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Львов, 1983.

Стаття надійшла до редколегії 23.02.87

УДК 517.53

М.Й.Гречанюк

ПРО ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ ЛОГАРИФМІВ МАКСИМУМУ МОДУЛЯ І МАКСИМАЛЬНОГО ЧЛЕНА ЦІЛОГО КРАТНОГО РЯДУ ДІРІХЛЕ

Відомо *, що для цілої функції f, заданої абсолютно збіжним в $\mathbb{C}$ рядом Діріхле, вигляду

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n \exp\{z\lambda_n\},\ 0=\lambda_0<\lambda_1<\ldots<\lambda_n\uparrow+\infty\ (n\to+\infty)$$

співвідношення

$$\ln M(x,f)=(1+o(1))\ln\mu(x,f) \qquad /1/$$

при $x\to+\infty$ зовні деякої множини скінченної міри виконується тоді і тільки тоді, коли $\sum_{n=1}^{\infty} 1/(n\lambda_n)<+\infty$,

де $M(x,f)=\sup\{|f(x+iy)|: y\in\mathbb{R}\}$, $\mu(x,f)=\max\{|a_n|\exp\{x\lambda_n\}: n\geq 0\}$.

* С к о с к и в О.Б. О поведении максимального члена ряда Дирихле, задающего целую функцию // Мат.заметки. 1985. Т.37. № 1. С. 41-47.

Вкажемо аналоги співвідношення /1/ для цілих функцій F, заданих абсолютно збіжними в $\mathbb{C}^2$ кратними рядами Діріхле вигляду

$$F(z_1,z_2)=\sum_{n,m=0}^{\infty} a_{n,m} \exp\{z_1\lambda_n^{(1)}+z_2\lambda_m^{(2)}\},\ 0=\lambda_0^{(j)}<\lambda_1^{(j)}<\ldots<\lambda_n^{(j)}\uparrow+\infty\ (n\to+\infty),\ j=1,2. \qquad /2/$$

Через S позначимо клас всіх рядів вигляду /2/. Нехай $M(x_1,x_2,F)=\sup\{|F(x_1+iy_1,x_2+iy_2)|:y_1,y_2\in\mathbb{R}\}$, $\mu(x_1,x_2,F)=\max\{|a_{n,m}|\times \exp\{x_1\lambda_n^{(1)}+x_2\lambda_m^{(2)}\}:n,m\geq 0\}$, $\gamma_F(x_1,x_2)=\underline{\lim}_{t\to+\infty}(\ln\mu(tx_1,tx_2,F))/t$,

$$G_F=\{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2:\gamma_F(x_1,x_2)=\infty\},$$

K – замикання довільного кута в $\mathbb{R}^2$ з вершиною в 0 таке, що $K\setminus\{0\}\subset G_F$, $mes E$ – міра Лебега вимірної множини $E\subset[0,+\infty)$, L – клас неперервних невід"ємних зростаючих до $+\infty$ на $[0,+\infty)$ функцій, (λ_k^*), $k\geq 0$, – послідовність чисел, що отримується з множини $\{\lambda_n^{(1)}+\lambda_m^{(2)}:n,m\geq 0\}$ впорядкуванням всіх її елементів у зростаючому порядку, C – клас множин E із $\mathbb{R}^2$ таких, що для кожної з них $mes(\mathbb{R}_+\setminus(E\cap\{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2:x_2=x_1+h;\ x_1,x_2\geq 0\}))<+\infty$ для всіх $h\in\mathbb{R}$.

Теорема 1. Для того щоб для кожної функції $F\in S$ виконувалось

$$\ln M(x_1,x_2,F)=(1+o(1))\ln\mu(x_1,x_2,F) \qquad /3/$$

при $|x|\to\infty$, $(x_1,x_2)\in K\cap E$, для довільного K такого, що $K\setminus\{0\}\subset G_F$, і для деякої множини $E\in C$, необхідно і достатньо

$$\sum_{k=1}^{\infty} 1/(k\lambda_k^*)<+\infty.$$

Через C_0 позначимо клас множин E із $\mathbb{R}^2$ таких, що для кожної з них для всіх $h\in\mathbb{R}$ $\lim_{|z|\to\infty}(mes(\mathbb{R}_+\setminus(E\cap Q_h)))/\min\{z_1,z_2\}=0$, де $Q_h=\{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2:x_2=x_1+h,0<x_1\leq z_1,0<x_2\leq z_2\}$. Нехай $\psi\in L$. Скажемо, що $F\in S\psi$, коли $F\in S$ і існує $\zeta\in(0,+\infty)$ таке, що

$$|a_{n,m}|\leq \exp\{-(\lambda_n^{(1)}+\lambda_m^{(2)})\psi(\zeta(\lambda_n^{(1)}+\lambda_m^{(2)}))\}\quad (n+m\geq k_0).$$

Теорема 2. Нехай $\psi\in L$. Якщо для довільного $\eta\in(0,+\infty)$

$$\overline{\lim_{R\to+\infty}}\,(1/(\psi(\eta R)))\sum_{0<\lambda_k^*\leq R} 1/(k\lambda_k^*)\geq 0,$$

то для кожної функції $F\in S(\psi)$ має місце /3/ при $|x|\to\infty$, $(x_1,x_2)\in K\cap E$ для довільного K такого, що $K\setminus\{0\}\subset G_F$ і для деякої множини $E\in C_0$.

Теорема 3. Нехай $\psi \in L$. Для довільних послідовностей $(\lambda_n^{(j)})$, $j=1,2$ таких, що

$$\overline{\lim_{R\to+\infty}} (1/(\psi(\eta R))) \sum_{0<\lambda_k^*<R} 1/(k\lambda_k^*) \geq b,$$

при деяких $\eta \in (0,+\infty)$ і $b \in (0,+\infty)$ і

$$\overline{\lim_{k\to\infty}} \frac{\ln k}{\lambda_k^* \sum'_{0<l<k} 1/(l\lambda_l^*)} = 0 \qquad /4/$$

існує функція $F_1 \in S(\psi)$ і кут K, означений вище, всередині якого при $|x| \to \infty$ рівність /3/ не може виконуватися для жодної множини $E \in C_0$.

Зауваження. Теорема 3 залишиться справедливою, якщо в ній /4/ замінити на умову

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\ln k}{\lambda_k^* \psi(\eta\lambda_k^*)} = 0.$$

Стаття надійшла до редколегії 09.03.87

УДК 517.537

О.Б.Скасків

ПРО НАЯВНІСТЬ ВИНЯТКОВИХ ЗНАЧЕНЬ
У СПІВВІДНОШЕННІ ТИПУ БОРЕЛЯ
ДЛЯ ЦІЛИХ РЯДІВ ДІРІХЛЕ

Нехай $\Lambda=(\lambda_n)_{n=0}^{\infty}$, $0=\lambda_0<\lambda_n \uparrow \infty$ $(1\leq n \to \infty)$. Через $S(\Lambda)$ позначимо клас цілих функцій F, зображених абсолютно збіжними в $\mathbb{C}$ рядами Діріхле /клас цілих рядів Діріхле/ $F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \exp(z\lambda_n)$, а через S_Φ – клас цілих рядів Діріхле, для яких виконується умова $\ln M(x) \leq x\Phi(x)$ $(x_0 \leq x < \infty)$, де $M(x)=\sup\{|F(x+iy)| : |y|<\infty\}$, $\Phi(x)$ неперервна додатна зростаюча до $+\infty$ при $x \to +\infty$ функція.

Відомо [2], для того щоб для кожної функції $F \in S(\Lambda)$ виконувалось співвідношення

$$\ln M(x) = (1+o(1)) \ln \mu(x) \quad \left(\mu(x) \overset{def}{=} \max\{|a_n| \exp(x\lambda_n) : n \geq 0\}\right) \qquad /2/$$

при $x \to +\infty$ зовні деякої виняткової множини скінченної міри, необхідно і досить $\sum_{n=1}^{\infty} 1/(n\lambda_n) < \infty$.

У [3] показано, що для будь-якої функції $\Phi(x) \uparrow +\infty$ існує послідовність $\Lambda=(\lambda_n)$ така, що в класі $S(\Lambda) \cap S_\Phi$ спів-