На закінчення відзначимо, що виражаючи інтеграли /9/, /11/ і /12/ через спеціальні функції, можна отримати експоненціально спадні розв"язки /1/ і при значеннях λ, відмінних від вказаних вище.

1. Каган Б.М., Тер-Микаэлян Т.М. Решение интегральных задач на ЦВМ. М., 1964. 2. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М., 1981.

Стаття надійшла до редколегії 17.09.84

УДК 512.546

І.Й.Гуран

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ АРХАНГЕЛЬСЬКОГО

Нехай T - нескінчена множина, $X(T)$ - група всіх біекцій множини T на себе. Групу $X(T)$ розглядатимемо як топологічну в топології поточкової збіжності. Наведемо деякі властивості топологічної групи $X(T)$:

а/ $X(T)$ - тотально мінімальна, повна в розумінні Райкова топологічна група [2];

б/ $X(T)$ - немає групового поповнення.

Твердження. $X(T)$ - топологічно проста топологічна група.

Доведення. Нехай N - не тривіальна замкнена підгрупа в групі $X(T)$. Підгрупа $SX(T)=\{f\in X(T): \operatorname{supp} f<\omega\}$ - всюди щільна в групі $X(T)$ і мінімальна [2]. З критерію Стефенсона - Банашевського випливає, що $N\cap SX(T)\neq\{e\}$. Отже, група N містить елемент, відмінний від тотожного, який рухає лише скінченне число елементів множини T, а тому $N\supseteq S(T)$.

Теорема 1. Нехай топологічна група володіє підгруповою базою околів нейтрального елемента. Тоді вона топологічно ізоморфна деякій підгрупі групи $X(T)$.

З твердження теореми і властивості а/ випливає, що довільна топологічна група, яка володіє підгруповою базою околів одиниці, вкладається в тотально мінімальну топологічну групу. Цей факт узагальнює теорему Дієрольф та Шваненгеля [3]. Як частковий випадок отримуємо: добуток дискретних груп, наприклад $\mathbb{Z}^{\omega_1}$, вкладається в групу $X(\omega_1)$.

А.В.Архангельський сформулював таку [1] задачу. Чи кожна топологічна група може бути вкладена в добуток секвенціальних груп?

<u>Теорема 2.</u> Для кожного кардинала $\tau > \omega$ група $X(\tau^+)$ не вкладається в добуток груп тісноти, що не перевищує τ.

<u>Доведення.</u> Припустимо, що $X(\tau^+) \subset \prod G_\alpha$, $t(G_\alpha) \leq \tau$. Розглянемо ядро нетривіальної проекції $\pi_\alpha : X(\tau^+) \to G_\alpha$. Це замкнена нормальна підгрупа групи $X(T)$. Але група $X(T)$ - топологічно проста, тому π_α - ізоморфне ущільнення групи $X(\tau^+)$ в G_α. З мінімальності групи $X(\tau^+)$ випливає, що π_α - вкладення. Однак $t(X(\tau^+)) \geq t(Z^{\tau^+}) = \tau^+ > \tau$. З отриманого протиріччя одержуємо твердження теореми.

Отже, відповідь на питання А.В.Архангельського негативна.

1. Архангельский А.В. Классы топологических групп // Успехи мат. наук. 1981. Т.36. Вып. 3. С. 127-146.
2. Dierolf S., Schwanengel U. Un example d'un groupe topologique q-minimal mais non précompact // Bull. Sc. math. 1977. Vol. 101. p.265-269. 3. Dierolf S., Schwanengel U. Examples of locally compact non-compact minimal topological groups // Pacif. J. Math. 1979. Vol.82. N2. p.349-355.

Стаття надійшла до редколегії 15.04.87

УДК 517.947

О.Л.Горбачук

ПРО ПОВЕДІНКУ РОЗВ"ЯЗКІВ ЕВОЛЮЦІЙНОГО РІВНЯННЯ З САМОСПРЯЖЕНИМ ОПЕРАТОРОМ

Відомо [2], що задача Коші для рівняння $(dy(t))/(dt) = Ay(t)$ $t \in [0, \infty)$, $y(0) = y_0$, A - обмежений оператор в банаховому просторі має розв"язок при довільному y_0 з банахового простору. Причому розв"язок рівняння $y(t) = e^{At} y_0$ - ціла функція, тобто такий розв"язок продовжується до аналітичної функції, заданої на всій комплексній площині. Розглянемо еволюційне рівняння з самоспряженим оператором і встановимо, що довільний розв"язок такого рівняння продовжується до аналітичної функції, заданої у відкритій правій півплощині.

Вектор y із банахового простору називається аналітичним /цілим/ вектором оператора A, якщо $y \in \mathcal{D}(A^n)$ $(\mathcal{D}(A^n))$ -