УДК.519.21

І.Д.Квіт, Є.В.Москв"як

ЗАЛЕЖНИЙ ВІД РІВНЯ НАПРУЖЕННЯ РОЗПОДІЛ ВІДМОВИ ТЕХНІЧНОЇ ОДИНИЦІ

Нехай K груп однотипних технічних одиниць працюють відповідно при напруженнях $x_1, \dots, x_i, \dots, x_K$, / $K = 2,3,\dots$/. У кожній групі одиниці можуть працювати до відмови F або зупинки S. Потрібно перевірити гіпотезу про те, що функція розподілу напрацювань до відмови при рівні напруження x має вигляд

$$\mathcal{F}(x^a t),\ t>0,\ (x>0,\ a>0), \qquad /1/$$

де t – час; a – невідомий параметр. У випадку розподілу Вейбула маємо

$$\mathcal{F}(x^a t) = 1 - e^{-\left(\frac{x^a t}{b}\right)^{\nu}},\ t>0, (x>0, a>0, b>0, \nu>0), \qquad /2/$$

де ν – параметр форми; $b x^{-a}$ – параметр масштабу.

Варіаційний ряд зрізаної вибірки напрацювань при напруженні x_i запишемо у вигляді

$$t_i(\bar{1}, n_i) \leqslant \dots \leqslant t_i(\bar{j}, n_i) \leqslant \dots \leqslant t_i(\bar{n}_i, n_i), (i=1,\dots K;\ K=2,3,\dots), \qquad /3/$$

де j -те за величиною $t_i(\bar{j}, n_i)$ позначає напрацювання до відмови F або зупинки S, n_i – кількість технічних одиниць в i -й групі. Якщо $t_i(\bar{j}, n_i)$ позначає напрацювання до відмови F, то $\bar{j}$ виражає середній ранг цієї відмови. Метод знаходження сподіваних рангів відмов у зрізаному емпіричному варіаційному ряді описано в праці [1]. Використовуючи дані /3/, оцінюємо параметр a гіпотетичного розподілу /1/, а також інші параметри, якщо такі є. Функція /1/ тепер повністю визначена. На її основі, за методикою, описаною в праці [2], знаходимо гіпотетичні варіаційні ряди, відповідні емпіричним варіаційним рядам /3/. Якщо при заданому рівні значущості α число $\mathcal{H}(+)$ додатних різниць між емпіричними та відповідними гіпотетичними напрацюваннями до відмов знаходиться для кожної групи в області прийому гіпотези, то гіпотезу /1/ приймаємо. Коли ж хоча б для однієї групи число

$\varkappa(+)$ знаходиться зовні області прийому гіпотези, то гіпотезу /1/ відхиляємо. Зазначимо, що область прийому гіпотези, як правило, для кожної групи своя.

Для ілюстрації описаної методики розглянемо дані з праці [3] про часи руйнування зразків з нержавіючої сталі /табл. 1/.

Таблиця 1

Напруження x_i	Час руйнування $t_i(j,6)$					
28,84	1267	1637	1656	1709	1785	2437
31,63	170	257	265	570	594	779
34,68	76	87	96	115	122	132
38,02	22	37	39	41	42	43
41,69	6,6	9,6	11,2	12,3	19,7	20.4
45,71	1,9	3,9	4,3	4,6	5,7	9,0

Тут $K = 6$ груп по $n_i = 6$ технічних одиниць; шість повних вибірок з однаковими обсягами. Слід перевірити гіпотезу про те, що дані з табл. 1 описуються функцією розподілу /2/.

Спершу оцінимо параметр a. Оскільки при $\frac{x^a t}{b} = 1$ вираз /2/ завжди дорівнює 0,63212 і значення кожної з шістьох медіанних емпіричних функцій розподілу в точках $t_i(j,6)$ при $j = 1,\ldots 6$ відповідно дорівнюють:

0,10910; 0,26445; 0,42141; 0,57859; 0,73555; 0,89090, то за допомогою лінійної інтерполяції дістаємо

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
1735,9	578,2	117,4	41,3	14,82	4,98

Зі співвідношення

$$\frac{x_i^a t_i}{b} = \frac{x_{i+1}^a t_{i+1}}{b}, \quad (i=1,\ldots,5)$$

випливає, що

$$a = \left(\ln \frac{t_i}{t_{i+1}}\right) \Big/ \left(\ln \frac{x_{i+1}}{x_i}\right), \quad (i=1,\ldots,5).$$

Звідси знаходимо п"ять значень для a :

II,89962 I7,32004 II,35021 II,13029 II,85876.

За оцінку параметра a приймемо середнє арифметичне їх значень $a = 12,71$.

Зі співвідношення

$$\frac{x_i^{12,71} t_i}{b} = 1, \quad (i = 1, \dots, 6)$$

випливає, що

$$b = x_i^{12,71} t_i, \quad (i = 1, \dots 6).$$

Звідси дістаємо шість значень для b :

$6,248938 \cdot 10^{21}$ $6,734755 \cdot 10^{21}$ $4,405696 \cdot 10^{21}$

$4,992642 \cdot 10^{21}$ $5,774952 \cdot 10^{21}$ $6,245922 \cdot 10^{21}$

За оцінку параметра b приймаємо середнє арифметичне їх значень $b = 5,733817 \cdot 10^{21}$.

Таким чином, гіпотетичний розподіл /2/ набуває вигляду

$$\mathcal{F}(x^{12,71} t) = 1 - exp\left\{-\left(\frac{x^{12,71} t}{5,733817 \cdot 10^{21}}\right)^{\nu}\right\}, \quad t > 0, \ (\nu > 0). \qquad /4/$$

Виникає запитання: яке значення надати параметрові форми ν ?

Припустимо, що $\nu = 1$. Тоді за формулою

$$1 - exp\left\{-\frac{x_i^{12,71} t_i (j, 6; 0,5)}{5,733817 \cdot 10^{21}}\right\} = \frac{j - 0,3}{6,4}, \ (j = 1, \dots, 6; \ i = 1, \dots, 6)$$

знаходимо гіпотетичні варіаційні ряди /табл. 2/.

Число додатних різниць відповідних елементів емпіричних і гіпотетичних варіаційних рядів відповідно дорівнює 4, 3, 3, 4, 4,4. При рівні значущості $\alpha = 0,05$ і обсязі вибірки шість, область прийому гіпотези $[1,5]$. Оскільки для всіх шістьох вибірок знайдені емпіричні значення статистики $\mathcal{H}(+)$ знаходяться в області прийому гіпотези, то функція розподілу

$$\mathcal{F}(x^{12,71} t) = 1 - exp\left\{-\frac{x^{12,71} t}{5,733817 \cdot 10^{21}}\right\}, \quad t > 0 \qquad /5/$$

Таблиця 2

Напруження x_i	Час руйнування $t_i\,(j,6;\,0,5)$					
28,84	184	491	872	1374	2110	3523
31,63	57	152	270	425	653	1089
34,68	18	47	84	132	203	338
38,02	5	15	26	40,98	63	105
41,69	1,7	4,5	8,1	12,7	19,5	32,6
45,71	0,5	1,4	2,5	3,9	6,1	10,1

підходить для опису експериментальних даних табл. 1. Функцію /5/ можна використати для прогнозування часів руйнування розглядаиих технічних одиниць у випадку інших рівнів напружень. Наприклад, при $x = 30$ і $n = 10$ знаходимо $t\,(j\,,\,10;\,0,5\,)$: 67, 172, 290, 424, 580, 766, 997, 1300, 1747, 2602.

Легко перевірити, що при гіпотезі $\nu = 4$ значення $\varkappa(+)$ відповідно дорівнюють 6, 3, 0, 1, 2, 5 і два з них критичні, а при $\nu = 2$ маємо 5, 4, 2, 3, 4, 6 – одне критичне.

1. К в і т І.Д. Методичні вказівки до курсу "Теорія надійності", Львів, 1982. 2. К в і т І.Д. Емпіричний і гіпотетичний зрізані варіаційні ряди //Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1987. Вип.27. С.47-50. 3. Schmoyer R.L. An Exact Distribution-Free Analysis for Accelerated Life Testing at Several Levels of Single Stress //Technometrics. 1986. Vol. 28. p. 165-175.

Стаття надійшла до редколегії 27.04.87