де V – щільний підпростір гільбертового простору H, білінійна симетрична неперервна форма m /.,./ /відповідно d /.,./ та a /.,./ / є H –еліптичною /відповідно V –еліптичними/.

Інші підходи до побудови рекурентних схем і методів їх дослідження наведені в [1,4,5].

1. Б а т е К., В и л с о н Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М., 1982. 2. З е н к е в и ч О., М о р г а н К. Конечные элементы и аппроксимация. М., 1986. 3. С а м а р с к и й А.А. Теория разностных схем. М., 1977. 4. Godlewski E., Puech-Raoult A. Equations d'évolution lineaires du second ordre et methodes multipas // RAIRO / Numer. Anal. 1979. 13. N4. P. 329-355. 5. Zienkiewicz O.C. Finite element method. London. 1977

Стаття надійшла до редколегії 26.01.88

УДК 539.3

Л.Й.Ощипко

ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ КОНСТРУКЦІЇ, ЩО СКЛАДАЄТЬСЯ З ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ

Ставиться задача оптимального проектування за вагою на міцність осесиметричної конструкції, що складається зі сферичної оболонки радіуса R_1, стріли підйому F, товщини h_1, яка спряжена з циліндричною оболонкою радіуса R_2, товщини h_2; довжини ℓ, що, в свою чергу, спряжена з конічною оболонкою довжини ℓ_1, кутом конусності α і товщини h_3 /див. рисунок/.

Конструкція однорідна та знаходиться під рівномірним зовнішнім тиском $g = const$.

Задача оптимального проектування за вагою на міцність полягає в знаходженні

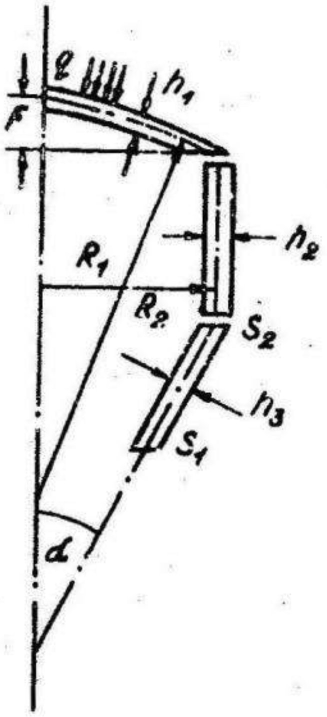
$$\min V(h_1, h_2, h_3, F, \alpha, S_1) = 2R_1Fh_1 + (S_2^2 - S_1^2)h_3 \sin\alpha + 2R_2\ell h_2 + h_1^3/6 \qquad /1/$$

при обмеженнях

$$\sigma_{екв\,max}^{сф} < [\sigma], \quad \sigma_{екв\,max}^{цил} \leq [\sigma], \quad \sigma_{екв\,max}^{кон} \leq [\sigma_1],$$
$$F + \ell + (S_2 - S_1)\cos\alpha \leq \beta, \quad \beta = const, \qquad /2/$$

$$\sigma_{екв} = \max(\sigma_{екв}^{\pm}), \quad \sigma_{екв}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1^{\pm})^2 + (\sigma_2^{\pm})^2 + (\sigma_1^{\pm} - \sigma_2^{\pm})^2}, \qquad /3/$$

де $\sigma_1^{\pm}$ і $\sigma_2^{\pm}$ – нормальні напруження на поверхнях оболонок. Розрахунок конструкції проводимо аналогічно [2].



До регульованих параметрів вводять товщини оболонок h_1, h_2, h_3, стрілу підйому сферичної оболонки F, кут конусності α і величину S_1, що визначає довжину конічної оболонки $\ell_1 = S_2 - S_1$.

Задача /1/ – /3/ при використанні методів апроксимації функцій одночленними позіномами [1] і числових методів зводиться до задачі геометричного програмування [1]:
мінімізувати

$$V(\bar{h})/\pi \approx C_1 h_1 h_4 + U_2(\bar{h}) + U_3(\bar{h}) \qquad /4/$$

при обмеженнях

$$h_j > 0, \quad j = \overline{1,5},$$

$$U_4(\bar{h}) = \frac{\sigma^{max}_{екв\,сф}}{[\sigma]} \approx C_4 \prod_{j=1}^{5} h_j^{a_{4j}} \leq 1,$$

$$U_5(\bar{h}) = \frac{\sigma^{max}_{екв\,цил}}{[\sigma]} \approx C_5 \prod_{j=1}^{5} h_j^{a_{5j}} \leq 1,$$

$$U_6(\bar{h}) = \frac{\sigma^{max}_{екв.\,кон}}{[\sigma_1]} \approx C_6 \prod_{j=1}^{5} h_j^{a_{6j}} \leq 1,$$

$$S_1 = S_2 - (\beta - \ell - h_4)/\cos(h_5), \qquad /5/$$

де

$$\bar{h} = \bar{h}(h_1, h_2, h_3, F, \alpha);$$

$$U_2(\bar{h}) = (S_2^2 - S_1^2)\sin(h_5)\cdot h_3 \approx C_2 \prod_{j=1}^{5} h_j^{a_{2j}};$$

$$U_3(\bar{h}) = 2R_2 \ell h_2 + h_1^3/6 \approx C_3 \prod_{j=1}^{5} h_j^{a_{3j}}; \qquad /6/$$

$$a_{ij} = \frac{h_j^*}{U_i(\bar{h}^*)} \frac{U_i(h_j^*+\Delta)-U_i(h_j^*-\Delta)}{2\Delta}, \quad i=\overline{2,6}, \; j=\overline{1,5};$$

$$C_1 = 2R_1, \quad C_i = U_i(\bar{h}^*) / \prod_{j=1}^{5} h_j^{a_{ij}}, \quad i=\overline{2,6};$$

$\bar{h}^*$ - вихідна точка.

Відповідна двоїста програма полягає в максимізації

$$v(\bar{\delta}) = \prod_{i=1}^{3} \left(\frac{C_i}{\delta_i}\right)^{\delta_i} \prod_{i=4}^{6} C_i^{\delta_i} \qquad /7/$$

при обмеженнях

$$\delta_i \geq 0, \quad i=\overline{1,6}, \qquad /8/$$

$$\sum_{i=1}^{3} \delta_i = 1, \qquad /9/$$

$$\sum_{i=1}^{6} a_{ij} \delta_i = 0, \quad j=\overline{2,6}. \qquad /10/$$

При розв"язанні задачі /7/ - /10/ використовували ітераційний процес, який полягає в тому, що за вихідну точку послідовно беруть попередні значення оптимальної точки, поки не виконуються нерівності

$$\left| \sigma_{екв\,max}^{сф} - [\sigma] \right| < \varepsilon,$$

$$\left| \sigma_{екв\,max}^{цил} - [\sigma] \right| < \varepsilon,$$

$$\left| \sigma_{екв\,max}^{кон} - [\sigma_1] \right| < \varepsilon.$$

На алгоритмічній мові ФОРТРАН складена програма, яка проводить пружний розрахунок конструкції, зводить задачу оптимального проектування до задачі геометричного програмування, розв"язує двоїсту задачу геометричного програмування та здійснює пружний розрахунок конструкції в оптимальній точці.

При значеннях фіксованих параметрів

R_2 = 19,45 мм, S_2 = 38,9 мм, ℓ = 10 мм,
$[\sigma]$ = 0,9 кг/мм^2, $[\sigma_1]$ = 0,6 кг/мм^2,

вихідній точці

h_1 = 1,2 мм, h_2 = 1 мм, h_3 = 0,6 мм,
F = 2 мм, $\alpha = \pi/6$ = 0,523538, S_1 = 18,9 мм

отримано такі оптимальні величини:

h_1 = 1,678 мм, h_2 = 1,464 мм, h_3 = 0,685 мм,
F = 2,457 мм, α = 0,513454, S_1 = 30,18 мм.

1. Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К. Геометрическое программирование. М., 1972. 2. Ощипко Л.Й. Оптимальний розрахунок оболонок ЕВП // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат., 1984, Вип.22. С.49-53.

Стаття надійшла до редколегії 04.03.88

УДК.539.3

А.В.Дубовик

АНАЛІЗ УМОВ СПРЯЖЕННЯ ДЛЯ ОДНОГО КЛАСУ КОМБІНОВАНИХ МОДЕЛЕЙ

Складність аналізу складових конструкцій і комбінованих систем зумовлена тим, що в різних ділянках таких конструкцій можуть мати місце різні види напруженого стану - від одномірного до суттєво тримірного. Аналіз можна значно спростити, застосувавши комбіновані математичні моделі теорії пружності. У рамках таких моделей передбачається, зокрема, залучення для опису напружено-деформованого стану в одних частинах тіла рівнянь теорії пружності, а в інших - рівнянь теорії оболонок. Праці, присвячені розробці комбінованих моделей, відрізняються способами запису граничних умов спряження, а також методами їхньої реалізації [2,5-7].

Проаналізуємо ефективність застосування різних методик врахування умов спряження для випадку задачі про плоску деформацію пружного тіла, спряженного з пластинкою.

1. Припустимо, що тіло займає двовимірну область Ω /рис.1/ з границею $\partial\Omega = \Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. Пластинка має скінченну довжину ℓ