1. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М., 1967. 2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., 1986. 3. Mizochata S. Unicite du prolongement de solutions pour quelques operateure differentiels paraboliques // Met Coll Sci Univ Kyoto 1958. Ser. A1. Vol. 31. p. 219-239.

Стаття надійшла до редколегії 17.05.89

УДК 517.948

М.Й.Михалюк, Є.М.Парасюк

ПРО ЄДИНІСТЬ РОЗВ"ЯЗКУ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ЛОГАРИФМІЧНОГО ПОТЕНЦІАЛУ ДЛЯ ДЕЯКИХ ПОТЕНЦІАЛІВ

Обернена задача логарифмічного потенціалу, як відомо, полягає в тому, щоб відшукати плоску однозв"язну область $\mathcal{D}$, при заповненні якої речовиною зі сталою густиною σ породжується заданий зовнішній потенціал $V_e(x,y)$.

Введемо допоміжну функцію $z=z(t)$, яка відображає конформно круг $|t|<1$ комплексної площини t на область $\mathcal{D}$ площини $z=z(x,y)$, що містить початок координат, причому $z(0)=0,\ z'(0)>0$. Функцію $z(t)$ назвемо розв"язком оберненої задачі для зовнішнього потенціалу $V_e(x,y)$ і густини σ.

Обернена задача логарифмічного потенціалу зводиться до розв"язку нелінійного інтегрального рівняння

$$\sigma z_*(t)=-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{|\tau|=1}\frac{U_e(z(\tau))\,d\tau}{\tau-t},\quad |t|>1, \tag{1}$$

де

$$U_e(z)=-\frac{2}{\pi}\frac{\partial V_e}{\partial z},\quad z_*(t)=\overline{z\left(\frac{1}{\bar t}\right)},\quad |t|<1; \tag{2}$$

$$z(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k t^k \quad \alpha_1>0 \tag{3}$$

Розглянемо випадок, коли

$$а)\ u_e(z) = \frac{1}{z} + \frac{a}{z^6},$$

$$б)\ u_e(z) = \frac{1}{z} + \frac{b}{z^7},$$

де $a), б)$ - комплексні числа; $\sigma = 1$.

Підставляючи а/, б/, /3/ в /1/, отримаємо нелінійні системи рівнянь

$$\begin{cases} \alpha_1 = \dfrac{1}{\alpha_1} - \dfrac{6a\alpha_6}{\alpha_1^7}, \\ \bar{\alpha}_6 = \dfrac{a}{\alpha_1^6}, \\ \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_7 = \ldots = 0; \end{cases} \qquad (a')$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = \dfrac{1}{\alpha_1} - \dfrac{7b\alpha_7}{\alpha_1^8}, \\ \bar{\alpha}_7 = \dfrac{b}{\alpha_1^7}, \\ \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_8 = \ldots = 0. \end{cases} \qquad (б')$$

Системи /а'/ /б'/ мають єдиний розв"язок (α_1, α_6), (α_1, α_7) відповідно при

$$|a|^2 \leqslant \frac{6^5}{7^7}, \quad |b|^2 \leqslant \frac{7^6}{8^8}, \qquad /3'/$$

які задовольняють умову

$$z'(t) \neq 0 \qquad \text{при} \qquad |t| < 1.$$

Таким чином, справедлива така теорема.

<u>Теорема.</u> Для потенціалів а/, б/, які задовольняють умову /3'/, обернена задача для постійної густини $\sigma = 1$ має єдиний розв"язок у класі конформних відображень круга $|t| < 1$. При

$$|a|^2 > \frac{6^5}{7^7}, \quad |b|^2 > \frac{7^6}{8^8}$$

задача в цьому класі функцій розв"язку не має.

<u>Приклад.</u> Для потенціалів а/, б/ при

$$a = \sqrt{\frac{6^5}{7^7}}, \qquad b = \sqrt{\frac{7^6}{8^8}}$$

єдиними розв"язками в класі конформних відображень є відповідні функції

$$z(t)=\sqrt{\frac{6}{7}}\,t+\frac{1}{\sqrt{42}}\,t^{6},$$

$$z(t)=\sqrt{\frac{7}{8}}\,t+\frac{1}{\sqrt{56}}\,t^{7}.$$

Стаття надійшла до редколегії 17.03.89

УДК 519.21

Я.І.Єлейко, О.І.Єлейко

ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ ДЛЯ ГІЛЛЯСТОГО ПРОЦЕСУ З ДОВІЛЬНИМ ЧИСЛОМ ТИПІВ І ПЕРЕТВОРЕННЯМИ, ЗАЛЕЖНИМИ ВІД ВІКУ

Нехай T -деяка абстрактна множина, яку називатимемо множиною типів. На множині T виділена σ -алгебра її підмножин $\mathcal{U}$, яка містить всі одноточкові множини, крім цього, породжується вона зчисленною кількістю своїх елементів. Розглядається популяція, що складається з деякого числа частинок, кожній з яких приписується певний тип, тобто елемент множини T. Закон еволюції популяції полягає в тому, що новонароджена частинка незалежно від наявності інших частинок і передісторії розвитку популяції живе випадковий час $\tau(x)>0$, після чого перетворюється в деяку сукупність новонароджених частинок різних типів.

Нехай $\xi(t,S)$ - число частинок у момент часу t, типи яких належать множині $S\subset\mathcal{U}$. У початковий момент часу допускаємо існування однієї частинки фіксованого типу. Тоді $\xi_\tau(S)$ - число потомків однієї частинки, типи яких належать множині $S\subset\mathcal{U}$. Слід відзначити, що $\xi(t,S)$, $\xi_\tau(S)$ - випадкові міри.

Позначимо

$$A_x(t,S)=M_x\{\xi(t,S)\};$$

$$M(x,du,dy)=M_x\{\xi_\tau\in du/\tau=y\}\,G_x(dy),$$

де M_x - умовне математичне сподівання, за умови, що в початковий момент наявна одна частинка типу x нульового віку;

$G_x(dy)=P_x\{\tau\in dy\}$.