1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М., 1988. 2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М., 1981. Т.1. 3. Остудін Б.А., Кірік О.Є. Чисельний розв"язок одного класу задач електростатики з використанням методу Боголюбова-Крилова // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1980. Вип. 16. С.36-40. 4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., 1969. Т.1.

Стаття надійшла до редколегії 01.09.89

УДК 517.946

М.М.Притула, А.К.Прикарпатський

АНАЛІЗ ТОПОЛОГІЧНИХ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ НЕЛІНІЙНИХ ПОВНІСТЮ ІНТЕГРОВАНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Нехай задана нелінійна динамічна система

$$u_t = K[u] + \varepsilon P[u], \quad t \in \mathbb{R}, \qquad /1/$$

де $u \in M \simeq C^{(\infty)}(\mathbb{R};\mathbb{R})$ - гладкому нескінченномірному многовиду; $K: M \to T(M)$ - векторне поле на M, $P: M \to T(M)$ - його мале збурення; $\varepsilon > 0$. Припустимо додатково, що векторне поле $K: M \to T(M)$ гамільтонове на M і повністю інтегроване по Ліувіллю. У цьому випадку відомо [2], що динамічна система /1/ при $\varepsilon = 0$ володіє нескінченно вкладеною в M ієрархією інваріантних нескінченномірних функціональних підмноговидів, що називаються багатосолітонними.

Легко показати стандартними методами джет-аналізу [3], що відповідні багатосолітонні розв"язки для /1/ при $\varepsilon = 0$ є сепаратрисними розв"язками для її особливих точок, тобто є її топологічними особливостями.

Зауваження 1. У випадку періодичності многовиду M ієрархія інваріантних скінченномірних многовидів, яка вказана вище, буде ізоморфна ієрархії скінченномірних торів.

При умові сильної гіперболічності особливих точок /1/ при $\varepsilon = 0$ ці топологічні особливості будуть являти собою так звані гетероклінічні траєкторії, або петлі, залежно від параметрів, що описують інваріантний многовид.

Виникає питання, за яких умов на збурення $P: M \to T(M)$ динамічна система буде володіти інваріантним многовидом /інва-

ріантним тором/, тобто не буде відбуватися руйнування петлевої гомоклінічної структури /1/ при $\varepsilon = 0$.
У цьому випадку справедлива теорема [1].

Теорема Мельникова. Якщо $\gamma_\varepsilon : M \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ – гладка деформація інваріантного функціоналу $\gamma_0 \in D(M)$, яка є локальною константою динамічної системи /1/, то тоді може бути виконаним узагальнене співвідношення Мельникова:

$$\int_{\mathbb{R}} dx < grad\, \gamma_0 [u], \quad P[u] > = 0, \qquad /2/$$

де величина $\varphi[u] = grad\, \gamma_0 [u] \in T^*(M)$ задовольняє рівняння інваріантності Лакса:

$$L_K \, \varphi[u] = \varphi' K + K'^{*} \varphi = 0,$$

L_K – похідна Лі.

Зауваження 2. Оскільки скінченномірний інваріантний многовид описується $N \in \mathbb{Z}_+$ функціонально-незалежними інваріантними функціоналами $\gamma_0^{(j)}$, $j = \overline{1, N}$, то необхідне виконання рівно $N \in \mathbb{Z}_+$ умов вигляду /2/ для /1/, який забезпечує неруйнування скінченномірного інваріантного многовиду /інваріантного тору/.

Умова /2/ дає гарантію того, що трансверсальні гомоклінічні орбіти для /1/ не утворюються і немає руйнування інваріантних многовидів.

1. Мельников В.К. Об устойчивости центра при периодическом по времени возмущении // Тр. Моск. мат. об-ва. М., 1963. С. 1-43. 2. Митропольский Ю.А., Боголюбов Н.Н. /мл./, Прикарпатский А.К., Самойленко В.Г. Интегрируемые динамические системы: спектральные и дифференциально-геометрические аспекты. К., 1987. 3. Самойленко В.Г. Джет-анализ на гладких бесконечномерных функциональных многообразиях и его приложения для исследования интегрируемости нелинейных динамических систем. К., 1988. /Препринт /АН УССР. Ин-т математики, № 88.51/.

Стаття надійшла до редколегії 11.09.89