Ми отримали спектральне рівняння для матриці-регуляризатора $\hat{A}$, яке в загальному випадку не має розв"язків у явному вигляді.

1. Гирко В.Л. Многомерный статистический анализ. К., 1988. 2. Гирко В.Л., Мысак Р.Т., Онша Ю.М. Уравнение Риккати для матрицы-регуляризатора в методе наименьших квадратов // Вычисл. и прикл. математика. 1988. Вып. 64. С.135-137. 3. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М., 1972.

Стаття надійшла до редколегії 06.06.89

УДК 519.21

І.Д.Квіт, Є.В.Москвяк

НЕПОВНА ЗРІЗАНА ВИБІРКА

Розглянемо незалежні напрацювання n однотипних пристроїв упродовж деякого часу, наприклад, протягом гарантійного періоду. Нехай за цей час одержано повний запис напрацювань до відмови F і частковий запис напрацювань до зупинки S. Позначимо через n_F кількість відмов, через n_S - кількість зареєстрованих зупинок, а через n_L - кількість втрачених зупинок; $n_F + n_S + n_L = n$. На основі даної неповної зрізаної вибірки оцінимо перший дециль, тобто напрацювання, більше від якого витримує 90 % пристроїв.

Припустимо, що розподіл n_L втрачених зупинок такий самий, як розподіл n_S зареєстрованих зупинок. Перерозподілимо n_L неспостережених зупинок рівномірно між n_S спостереженими значеннями зупинок. Тому кожне спостережене значення зупинки має додаткову масу n_L / n_S разом з її власною спостереженою масою 1. Отже, кожна з n_F відмов неповної зрізаної вибірки має масу 1, а кожна з n_S зареєстрованих зупинок - масу $1 + n_L / n_S$.

Варіаційний ряд даної неповної зрізаної вибірки напрацювань запишемо у вигляді

$$t(\bar{1}, n) \leq \ldots \leq t(\bar{j}, n) \leq \ldots \leq t(\overline{n_F + n_S}, n), \qquad /1/$$

де j-е за величиною $t(j, n)$ позначає напрацювання до відмови F або зареєстрованої зупинки S. Якщо $t(\bar{j}, n)$

позначає напрацювання до відмови F, то j виражає середній ранг цієї відмови. Метод обчислення сподіваних рангів відмов у зрізаному емпіричному варіаційному ряді описано, наприклад, у праці [1]. Зазначимо, що при цьому у формулі для обчислення приросту рангу відмови число пристроїв за розглядуваною множиною зупинених пристроїв обчислюємо як число відмов F плюс помножене на $1 + n_L / n_S$ число зупинок S і, отже, ця сума, як правило, дробова. Надалі в ряді /1/ нас цікавитимуть лише $t(\bar{j}, n)$, відповідні n_F напрацюванням до відмови.

Вузлові точки медіанної полігонної емпіричної функції розподілу [1] для вибірки обсягу n при n_F відмовах, n_S зареєстрованих зупинках і n_L незареєстрованих зупинках мають вигляд

$$\left(t(\bar{j}, n), \frac{\bar{j} - 0,3}{n + 0,4}\right), \quad (j = 1, 2, \ldots, n_F), \qquad /2/$$

де $t(\bar{j}, n)$ – моменти фактичних відмов, а $\bar{j}$ – сподіваний ранг j-ї відмови. Серед ординат точок /2/ знайдемо дві сусідні, одну меншу, а другу більшу від 0,1. На основі одержаних відповідних двох абсцис за допомогою лінійної інтерполяції дістаємо оцінку першого дециля.

Інший метод оцінки першого дециля розглянуто в праці [4]. Якщо вважати, що неповна зрізана вибірка напрацювань /1/ взята з популяції, яка має абсолютно неперервну функцію розподілу $\mathcal{F}(t;\theta)$ і густину $f(t;\theta) = \mathcal{F}'(t;\theta)$, залежну від вектора невідомих параметрів θ, то, оцінивши параметри методом максимуму правдоподібності на основі функції правдоподібності

$$L = \left\{\prod_{i=1}^{n_F} f(t_{iF}, \theta)\right\} \left\{\prod_{j=1}^{n_S} [1 - \mathcal{F}(t_{jS}; \theta)]^{1 + n_L / n_S}\right\}, \qquad /3/$$

де t_{iF} – моменти відмов, а t_{jS} – моменти зареєстрованих зупинок, одержимо оцінку першого дециля D_1 як розв"язок рівняння $\mathcal{F}(D_1; \theta) = 0,1$.

<u>Приклад.</u> Для даних [4] при $n = 77$, $n_F = 9$, $n_S = 17$ і $n_L = 51$ одержано наступний неповний зрізаний варіаційний ряд з вказаними рангами відмов

70F	1	779F	7,2	1258S	
149F	2	905S		1280S	
190F	3	964S		1362S	
247F	4	1072S		1373F	11,92
283F	5	1100S		1413S	
442F	6	1117S		1590F	18,528
573S		1124S		1602S	
704S		1156S		1771S	
757S		1168S			

З рівняння $\frac{r - 0,3}{77 + 0,4} = 0,1$ дістаємо r = 8,04. Це число є між рангами 7,2 і 11,92, яким відповідають напрацювання 779 і 1373. Лінійна інтерполяція дає число 885 за оцінку першого дециля. Зазначимо, що в праці [4] одержано число 939,7 з 90 %-ним інтервалом довір"я /340; 1539/. Наш метод оцінки першого дециля не вимагає знання явного виразу розподілу популяції, для якої маємо неповну зрізану вибірку, та зв"язаної з цим великої кількості обчислень і, отже, є непараметричним.

Зауваження 1. Для перевірки гіпотези про те, що неповна зрізана вибірка з варіаційним рядом /1/ взята з популяції, що має абсолютно неперервну функцію розподілу ймовірностей $\mathcal{F}(t)$, використовуємо методику, описану та проілюстровану в праці [2].

Зауваження 2. Для перевірки гіпотези про те, що дві незалежні неповні зрізані вибірки незалежних напрацювань з приблизно однаковою пропорцією $n_F : n_S : n_L$ однорідні, використовуємо методику, описану та проілюстровану в праці [3].

Зауваження 3. Аналогічно до того, як оцінюється перший дециль, можна оцінювати інші низькі квантилі, наприклад, перший октиль, перший секстиль тощо. Якщо зареєстровано всі зупинки, $n_L = 0$, то $n_F + n_S = n$ і обчислення оцінювачів низьких квантилів відповідно спрощується.

Зауваження 4. Мала вибірка повинна бути повною, середня вибірка може бути трохи зрізаною, велика вибірка може бути неповною зрізаною. Якщо кількість спостережень від кількох до кільканадцяти - мала вибірка, то від кільканадцяти до кількадесяти - середня вибірка, а більша від кількадесяти - велика вибірка. Наприклад, при застосуванні критеріїв хі-квадрат і Колмогорова-Смирнова вибірки повинні бути великі, $n \geq 50$.

1. К в і т І.Д. Методичні вказівки до курсу "Теорія надійності". Львів, 1982. 2. К в і т І.Д. Емпіричний і гіпотетичний зрізані варіаційні ряди // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1987. Вип. 27. С.47-50. 3. К в і т І.Д., М о с к в я к Є.В. Порівняння двох зрізаних вибірок // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1987. Вип. 27. С.50-52.
4. Suzuki K. Estimation of Lifetime Parameters from Incomplete Field Data // Technometrics. 1985. Vol.27. p.263-271.

Стаття надійшла до редколегії 05.03.86