них фіксованих $a>0$ і $b>0$ задача /1/, /3/ має єдиний розв"язок в класі функцій із $C_B^{(4,4)}(\bar{D})$, який неперервно залежить від $f(t,x)$.

Висновок. Ми бачимо, що задачі /1/, /2/ та /1/, /3/, які є близькі за постановкою, мають суттєво різну природу. Якщо для першої з них існує єдиний розв"язок для довільних додатних a, b і T, то для другої задачі розв"язність має місце не для всіх наборів параметрів a, b, T і є нестійкою щодо цих параметрів.

Нарешті зауважимо, що в періодичному випадку при $n = 1$ існування єдиного розв"язку задачі /1/, /2/ випливає з результатів роботи [1].

1. Д а в т я н М.Д. Общие краевые задачи для гиперболических уравнений высших порядков с двойными характеристиками //Изв. АН АрмССР. Математика. 1974. Т. 9. № 4. С.269-284. 2. Н а й м а р к М.А. Линейные дифференциальные операторы. М., 1969. 3. П т а ш н и к Б.Й. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. К., 1984. 4. П т а ш н и к Б.Й., Ш т а б а л ю к П.И. Краевая задача для гиперболических уравнений в классе функций, почти периодических по пространственным переменным //Диф. уравнения. 1986. Т.22. № 4. С.669-678.

Стаття надійшла до редколегії 21.09.89

УДК 517.948

М.Й.Михалюк, Є.М.Парасюк

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ЛОГАРИФМІЧНОГО ПОТЕНЦІАЛУ ДЛЯ $U_e(z)=\frac{1}{z}+\frac{a_k}{z^k}$, $k=9,10,11$.

Обернена задача логарифмічного потенціалу полягає в відшуканні плоскої однозв"язної області D, при заповненні якої речовиною зі сталою густиною σ породжується заданий зовнішній потенціал $V_e(x,y)$.

Введемо допоміжну функцію $z=z(t)$, яка відображає конформно круг $|t|<1$ комплексної площини t на область D площини $z=x+iy$, що містить початок координат, причому $z(0)=0$, $z'(0)>0$. Функцію $z=z(t)$ назвемо розв"язком оберненої задачі для зовнішнього потенціалу $V_e(x,y)$ і густини σ.

Обернена задача логарифмічного потенціалу зводиться до розв"язування нелінійного інтегрального рівняння[*]

$$\sigma z_*(t) = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{|\tau|=1} \frac{u_e(z(\tau))d\tau}{\tau - t}, \quad |t|>1, \qquad /1/$$

де

$$z_*(t) = \overline{z\left(\frac{1}{\bar t}\right)}, \qquad u_e(z) = -\frac{2}{\pi}\frac{\partial V_e}{\partial z},$$

$$z(t) = \delta_1 t + \delta_2 t^2 + \delta_3 t^3 + \ldots, \quad \delta_1 > 0. \qquad /2/$$

Розглянемо випадок, коли

$$u_e(z) = \frac{1}{z} + \frac{a_9}{z^9}; \qquad /3/$$

$$u_e(z) = \frac{1}{z} + \frac{a_{10}}{z^{10}}; \qquad /4/$$

$$u_e(z) = \frac{1}{z} + \frac{a_{11}}{z^{11}}, \qquad /5/$$

де a_9, a_{10}, a_{11} - комплексні числа; $\sigma = 1$.

Підставляючи вирази /3/-/5/, /2/ у рівняння /1/, отримуємо нелінійні системи рівнянь:

$$\begin{cases} \delta_1 = \dfrac{1}{\delta_1} - \dfrac{9a_9\delta_9}{\delta_1^{10}}, \\ \bar\delta_9 = \dfrac{a_9}{\delta_1^9}, \\ \delta_2 = \delta_3 = \ldots \delta_8 = \delta_{10} = \ldots = 0; \end{cases} \qquad /3'/$$

$$\begin{cases} \bar\delta_1 = \dfrac{1}{\delta_1} - \dfrac{10a_{10}\delta_{10}}{\delta_1^{11}}, \\ \bar\delta_{10} = \dfrac{a_{10}}{\delta_1^{10}}, \\ \delta_2 = \delta_3 = \ldots = \delta_9 = \delta_{11} = \ldots = 0; \end{cases} \qquad /4'/$$

$$\begin{cases} \delta_1 = \dfrac{1}{\delta_1} - \dfrac{11a_{11}\delta_{11}}{\delta_1^{12}} \\ \bar\delta_{11} = \dfrac{a_{11}}{\delta_1^{11}}, \\ \delta_2 = \delta_3 = \ldots = \delta_{10} = \delta_{12} = \ldots = 0. \end{cases} \qquad /5'/$$

Системи /3'/-/5'/ мають єдиний розв"язок (δ_1, δ_9), (δ_1, δ_{10}), (δ_1, δ_{11}) відповідно при

---

[*] Михалюк М.И. О локальной единственности решений обратной задачи логарифмического потенциала для постоянной плотности // Докл. АН УССР. Сер.А. 1973. №8. С.683-687.

$$|a_9|^2 \leq \frac{9^8}{10^{10}}, \quad |a_{10}|^2 \leq \frac{10^9}{11^{11}}, \quad |a_{11}|^2 \leq \frac{11^{10}}{12^{12}}, \qquad /6/$$

які задовольняють умову

$$z'(t) \neq 0 \qquad \text{при} \quad |t| < 1.$$

Отже, справедлива така теорема.

Теорема. Для потенціалів /3/-/5/, які задовольняють умову /6/, обернена задача для постійної густини $\mathcal{G} = 1$ має единий розв"язок у класі однозв"язних областей. При

$$|a_9|^2 > \frac{9^8}{10^{10}}, \quad |a_{10}|^2 > \frac{10^9}{11^{11}}, \quad |a_{11}|^2 > \frac{11^{10}}{12^{12}}$$

задача в цьому класі областей розв"язку не має.

Приклад. Для потенціалів /3/-/5/ при

$$a_9 = \sqrt{\frac{9^8}{10^{10}}}, \quad a_{10} = \sqrt{\frac{10^9}{11^{11}}}, \quad a_{11} = \sqrt{\frac{11^{10}}{12^{12}}}$$

единими розв"язками у класі конформних відображень є відповідно функції

$$z(t) = \sqrt{\frac{9}{10}}\, t + \frac{1}{\sqrt{90}}\, t^9,$$

$$z(t) = \sqrt{\frac{10}{11}}\, t + \frac{1}{\sqrt{110}}\, t^{10},$$

$$z(t) = \sqrt{\frac{11}{12}}\, t + \frac{1}{\sqrt{132}}\, t^{11}.$$

Стаття надійшла до редколегії 21.03.89