$\square^{\omega}(\omega^{\omega})$. За теоремою ван Дауена [3], простір $\mathcal{F}ol_k^r(M)_S$ не нормальний.

1. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. М., 1987. 2. Хирш М. Дифференциальная топология. М., 1979. 3. Douwen E.K. van. The box product of countable many metrizable spaces need not be normal // Fund. Math. 1975. Vol. 88. N 2. P. 127-132. 4. Epstein D.B.A. A topology for the space of foliations // Lect. Notes Math. 1977. Vol. 597. P. 132-150.

Стаття надійшла до редколегії 14.02.89

УДК 512.553

О.Л.Горбачук, В.О.Оніщук

СТАБІЛЬНІ КРУЧЕННЯ ПРОСТОГО ТИПУ

Нехай S – множина класів простих правих модулів. Для підмножини $S_1 < S$ позначимо $T(S_1)$ – радикальний клас кручення, породженого простими модулями з S_1. Такі кручення називаються крученнями простого типу. Основні поняття і допоміжні твердження можна знайти у працях [1-3]. Нагадаемо, що кручення називається стабільним, коли його радикальний клас замкнутий щодо ін"ективних оболонок. Модуль називається півартіновий, якщо його цоколь – великий підмодуль.

<u>Теорема</u>. Для кільця R такі умови еквівалентні:

1. Над R всі кручення простого типу стабільні.
2. Якщо L півпростий правий R – модуль і $L \in T(S_1)$, то ін"ективна оболонка $E(L) \in T(S_1)$.
3. Для правого ідеалу J виконується наступна умова: якщо $\{r_\beta\}$, $\beta \in B$ така сім"я елементів з R /які не лежать в J /, що $r_{\beta_1} R \cap r_{\beta_2} R = 0$ для попарно різних β_1, β_2 з B, то існує правий ідеал $H \supseteq J$ такий, що R/H – півартіновий модуль $r_\beta \notin H$ для всіх $\beta \in B$.

<u>Доведення</u>. Імплікація 1/ $\Rightarrow$ 2/ – очевидна. Доведемо імплікацію з 3/ $\Rightarrow$ 2/. Розглянемо множину A правих ідеалів кільця R, які містять J і не містять жоден з елементів $\{r_\beta\}$, $\beta \in B$. За лемою Цорна в множині A існує максимальний елемент H. Модуль $\sum_{\beta \in B} (r_\beta R + H)/H$ є великим підмодулем модуля R/H. Дійсно, якщо $L/H \neq 0$, то L повинен включати хоча б один елемент

τ_β , і тоді перетин L/H і $\sum_{\beta\in B}(\tau_\beta R+H)/H$ – ненульовий. Кожний доданок $(\tau_\beta R+H)/H$ – простий модуль. Дійсно, якщо б існував правий ідеал K такий, що $H\subset K\subsetneq \tau_\beta R+H$, то K повинен був би містити деякий елемент $\tau_{\beta'}$. З того, що $\tau_\beta R\cap \tau_{\beta'}=0$, для різних β,β' одержимо $\beta=\beta'$ і, значить, $K=\tau_\beta R+H$. Звідси випливає, що модуль R/H – півартіновий. Доведемо імплікацію 2/ $\Rightarrow$ 3/. Нехай $L=\sum_{\alpha\in A}P_\alpha$ – півпростий модуль і $L\in T(S_1)$. Для довільного ненульового $x\in E(L)$, $xR\cap L=\sum_{\beta\in B}P_\beta$. Модуль $\sum_{\beta\in B}P_\beta$ є великим підмодулем модуля $xR\cong R/(0:x)$. Нехай образ $\sum_{\beta\in B}P_\beta$ при вкладенні в $R/(0:x)$ має вигляд $\sum_{\beta\in B}(\tau_\beta R+(0:x))/(0:x)$, де $\tau_{\beta_1}R\cap\tau_{\beta_2}R=0$ для попарно різних β_1,β_2 . За умовою існує правий ідеал такий, що R/H – півартіновий, $(0:x)\subseteq H$ та $\tau_\beta\notin H$ для всіх $\beta\in B$. Оскільки $\sum_{\beta\in B}(\tau_\beta R+(0:x))/(0:x)$ – великий підмодуль в $R/(0:x)$, то $(0:x)$ збігається з H . А звідси буде випливати, що $R/(0:x)\in$ $\in T(S_1)$. Отже, $E(L)\in T(S_1)$. Доведем останню імплікацію 2/ $\Rightarrow$ 1/. Нехай K – довільний ін"єктивний модуль і τ_{S_1} – кручення простого типу з радикальним класом $T(S_1)$. Через $Soc_{S_1}K$ позначимо S_1 – цоколь модуля K . Очевидно, що

$$K=E(Soc_{S_1}A)+Q \quad і \quad Soc_{S_1}Q=0.$$

Таким чином, $E(Soc_{S_1}K)=\tau_{S_1}(K)$. Одержуємо, що для кожного кручення простого типу всі ін"єктивні модулі розщеплюються. Звідси випливає, що кручення $\tau_{S_1}(K)$ – стабільне.

Наслідок 1. Над областю Оре всі кручення простого типу стабільні тоді і тільки тоді, коли кожний правий ідеал є перетином таких правих ідеалів H , що R/H – півартіновий модуль.

Доведення випливає з того, що над областю Оре перетин двох ненульових правих ідеалів ненульовий.

Наслідок 2. Над областю головних ідеалів всі кручення простого типу стабільні.

1. Мишина А.П., Скорняков Л.А. Абелевы группы и модули. М., 1969. 2. Stenström B. Ring of quotiente springer. Berlin; New York, 1975. 3. Colan J.S. Localization of noncommutative rings. New York, 1974.

Стаття надійшла до редколегії 03.01.89