$$\frac{q}{\sqrt{\pi K}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{i} \varepsilon(j) a_j \gamma_n \cos j\varphi \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4K}\right) \cos \eta z \left\{ V_j(\eta) \times \right.$$

$$\times \left[S_+(\tau_i - \tau_{n-1}) - S_+(\tau_i - \tau_n) \right] + \sum_{p=1}^{\infty} u_{jp} \frac{\exp[-a\tau_i(\eta^2 + \mu_{jp}^2)]}{\eta^2 + \mu_{jp}^2} \times$$

$$\left. \times \left[e^{a\tau_{n-1}(\eta^2+\mu_{jp}^2)} S_+(\tau_i - \tau_{n-1}) - e^{a\tau_n(\eta^2+\mu_{jp}^2)} S_+(\tau_i - \tau_n) \right] \right\} d\eta =$$

$$= \lambda_1 t_1 + \sum_{m=1}^{i} (\lambda_{n+1} - \lambda_n)(t_i - t_n) S_+(\tau_i - \tau_n);$$

$$i = 1, \overline{M} \qquad /15/$$

$(N-1)$ – число простих коренів системи /15/.

1. Галицин А.С., Жуковский А.Н. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. К., 1976. 2. Коляно Ю.М., Кулик А.Н. Температурні напруження від об"емних джерел. К., 1983. 3. Підстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. К., 1972. 4. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Смуров И.Ю. Расчет нелинейных задач лазерного нагрева металлов // Воздействие концентрированных потоков энергии на материалы. М., 1985. 5. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н. Лазерная обработка материалов. М., 1975.

Стаття надійшла до редколегії 28.03.89

УДК 517.944:947

Марія Д. Мартиненко, Михайло Д. Мартиненко, Басьюні Халіль

ОДИН ВАР'АНТ ПОБУДОВИ ПОЧАТКОВОЇ ВИЛКИ ДЛЯ ЗАДАЧІ КОШІ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

Проблема початкової вилки є центральною в методі С.О.Чаплигіна інтегрування звичайних диференціальних рівнянь [1,2]. Нижче пропонується метод її побудови, заснований на використанні диференціальних рівнянь, близьких до вихідного у певному сенсі.

Нехай в обмеженій області $D \subset R^2$ потрібно знайти розв"язок задачі Коші

$$y' = f(x, y); \qquad /1/$$

$$y(x_0) = y_0 \neq 0 \qquad /2/$$

Будемо припускати, що задача /1/-/2/ має в D єдиний розв"язок.

Поряд із задачею /1/-/2/ розглянемо такі дві задачі Коші:

$$\tilde{y}' = k\tilde{y}, \quad k = \frac{f(x_0, y_0)}{y_0}, \qquad /3/$$

$$\tilde{y}(x_0) = y_0; \qquad /4/$$

$$\tilde{\tilde{y}}' = k\tilde{\tilde{y}} + Q\tilde{\tilde{y}}^n; \qquad /5/$$

$$\tilde{\tilde{y}}(x_0) = y_0, \qquad /6/$$

де стала Q визначається як розв"язок квадратного рівняння:

$$AQ^2 + BQ + C = 0,$$

$$A = ny_0^{2(n-1)},$$

$$B = k(n+1)\, y_0^{n-1},$$

$$C = k^2 + kf_y'(x_0, y_0) - \frac{f_x'(x_0, y_0)}{y_0}. \qquad /7/$$

Показник степеня n вибирається із умови існування дійсного розв"язку рівняння /7/ /хоч би одного/. Розбіжність розв"язків задач /3/-/4/ та /5/-/6/ можна оцінити на основі звичайних міркувань. А саме, для їх різниці $z(x) = \tilde{\tilde{y}}(x) - \tilde{y}(x)$ маємо

$$z(x) = \int_{x_0}^{x} e^{k(x-\xi)} Q\left[\tilde{\tilde{y}}(\xi)\right]^n d\xi. \qquad /8/$$

Із виразу /8/ маємо

$$\max_{|x-x_0|\le h} |z(x)| \le |Q| \cdot h e^{2|k|h} \max_{|x-x_0|\le h} |\tilde{\tilde{y}}(x)|^n,$$

де $\tilde{\tilde{y}}(x)$ може бути виписано явно на основі /5/-/6/.

Наявність розбіжності /"вилки"/ між $\tilde{y}(x)$ та $\tilde{\tilde{y}}(x)$ ставить питання про попадання розв"язку вихідної задачі /1/-/2/ в цю вилку. Відповідь на це питання дае відома теорема С.О.Чаплигіна про диференціальні нерівності [1,2], яка зводить його до перевірки нерівності

$$ky < f(x,y) < ky + Qy^n, \qquad /10/$$

якщо $Q>0$.

Якщо рівняння /7/ має два розв"язки $Q_1>0$ та $Q_2<0$, то початкову вилку для задачі /1/-/2/ можна будувати на основі таких задач:

$$\tilde{\tilde{y}}_i' = k\tilde{\tilde{y}}_i + Q_i \tilde{\tilde{y}}_i^n \quad (i=1;2); \qquad /11/$$

$$\tilde{\tilde{y}}(x_0) = y_0. \qquad /12/$$

При цьому можливість попадання шуканого розв"язку $y(x)$ у цю вилку встановлюється перевіркою виконання нерівності

$$ky + Q_2 y^n < f(x,y) < ky + Q_1 y^n. \qquad /13/$$

Із геометричних міркувань випливае, що вилка, утворена розв"язками задач Коші /11/-/12/, більш широка, ніж між розв"язками задач /3/-/4/ та /5/-/6/.

1. Л у з и н Н.Н. О методе приближенного интегрирования академика С.А.Чаплыгина //Тр. ЦАГИ. 1932. Вып. 141. С.1-32.
2. Ч а п л ы г и н С.А. Новый метод приближенного интегрирования дифференциальных уравнений. М.; Л., 1950.

Стаття надійшла до редколегії 31.08.89