ционные постановки задач для упругих систем. Л., 1978. 6. С а в у л а Я.Г. Задачи механики деформирования оболочек с резными срединными поверхностями: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Казань, 1986.

Стаття надійшла до редколегії 28.10.90

УДК 517.946

М.М.Притула, А.К.Прикарпатський

СПЕЦІАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ РІВНЯННЯ ЛАКСА ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

1. Нехай задана нелінійна однорідна динамічна система $u_t = K[u]$ на гладкому многовиді M, де $K \to T(M)$ - відповідне векторне поле, $t \in \mathbb{R}$ - еволюційний параметр.

Справедлива така лема Лакса:

Лема [3]. Якщо гладкий за Фреше функціонал $\gamma : M \to \mathbb{R}$ є інваріантом динамічної системи $u_t = K[u]$ на M, тобто $d\gamma/dt = 0$ на її орбітах, то величина $\varphi = grad\ \gamma \in T^*(M)$ задовольняє характеристичне рівняння $L_K \varphi = 0 \Leftrightarrow \varphi_t + K'^* \varphi = 0$, де L_K - похідна Лі [2] вздовж векторного поля $K : M \to T(M)$.

Враховуючи, що виконана властивість Вольтери $\varphi' = \varphi'^*$ /відносно стандартної білінійної форми $(. , .)$ на $T^*(M) \times T(M)$ легко встановлюється зворотна

Теорема 1. Якщо $\varphi \in T^*(M)$ - однорідний розв"язок рівняння Лакса $\varphi_t + K'^* \varphi = 0$ з умовою Вольтери $\varphi' = \varphi'^*$, то функціонал $\gamma = \int_0^1 d\lambda (\varphi[u\lambda], u) : M \to \mathbb{R}$ - відповідний інваріант динамічної системи $u_t = K[u]$.

2. Розглянемо тепер інші однорідні розв"язки рівняння Лакса $\varphi_t + K'^* \varphi = 0$, $\varphi \in T^*(M)$, що не обов"язково задовольняють умову симетричності Вольтери, тобто $\varphi' \neq \varphi'^*$ апріорі. У цьому випадку, виходячи із розширеного рівняння Лакса $\varphi_t + K'^* \varphi = 0 \Longrightarrow (\varphi' - \varphi'^*)K + grad\ (\varphi, K) = 0$, знаходимо, що величина $\Omega = \varphi' - \varphi'^* : T^*(M) \to T(M)$ симплектична структура [1] на многовиді M /Ω - оператор вважається невиродженим/, відносно якої вихідна динамічна система $u_t = K[u]$, $u \in M$ є гамільтоновою, тобто $u_t = -\Omega^{-1} grad\ H$, де $H = (\varphi, K) : M \to \mathbb{R}$ - відповідна функція Гамільтона. Тим самим встановлена

Теорема 2. Якщо рівняння Лакса $\varphi_t + K'^* \varphi = 0$ для однорідної гладкої динамічної системи $u_t = K[u]$ на многовиді M

володіє сумісним однорідним розв"язком $\varphi: M \to T(M)$, причому $\varphi' \neq \varphi'^{*}$, тоді ця динамічна система гамільтонова із симплектичною структурою $\Omega = \varphi' - \varphi'^{*}$ у випадку її невиродженості.

3. Останнє твердження є досить корисним при дослідженні проблеми інтегрованості вихідної нелінійної динамічної системи. Тому має великий інтерес розробка ефективних комп"ютерно-алгебраїчних алгоритмів побудови явних функціонально-аналітичних розв"язків рівняння Лакса для заданої нелінійної динамічної системи.

1. Боголюбов Н.Н. /мл./, Прикарпатский А.К. Квантовая алгебра Ли-токов – универсальная алгебраическая структура симметрий вполне интегрируемых нелинейных динамических систем теоретической и математической физики // Теорет. и мат. физика. 1988. Т.75. № 1. С.3-17. 2. Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям /Пер. с агл. М., 1989. 3. Lax P.D. Periodic solutions of the Korteweg-de Vries equation // Comm. Pure and Appl. Math. 1975. Vol.28. N1. P.141-188.

Стаття надійшла до редколегії 04.11.90