УДК 517.576

О.Б.Скаскiв, С.Херате

ОДНА ТЕОРЕМА ТИПУ БОРЕЛЯ ДЛЯ ЦІЛИХ РЯДІВ ДІРІХЛЕ

Нехай $S(\Lambda)$ - клас цілих функцій $f(z)$, представлених абсолютно збіжними в $\mathbb{C}$ рядами Діріхле

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{z\lambda_n}, \ \Lambda=(\lambda_n),\ 0=\lambda_0<\lambda_n\uparrow\infty\,(1\leq n\to\infty). \qquad /1/$$

У працях [1, 2] досліджувались умови, достатні для виконання при $x\to+\infty$ зовні деякої множини E співвідношення

$$\ln M(x,f)=(1+o(1))\ln\mu(x,f), \qquad /2/$$

де $M(x,f)=\sup\{|f(x+iy)|: y\in\mathbb{R}\}$, $\mu(x,f)=$ $=\max\{|a_n|e^{x\lambda_n}: n\geq 0\}$. Як показано у праці [1], для того, щоб /2/ виконувалося для кожної функції $f\in S(\Lambda)$ при $x\to+\infty$ ($x\notin E$, E - скінченної міри на $[0,+\infty)$), необхідно і досить, щоб $\sum_{n=1}^{\infty} 1/(n\lambda_n)<$ $<+\infty$. У праці [2] цей результат уточнено для підкладу $S(\Lambda,\Phi)$ класу $S(\Lambda)$, що складається з функцій f, для яких виконується умова $\ln\mu(x,f)\leq x\Phi(x)$ $(x\geq x_0)$, де $\Phi(x)\uparrow\infty\,(x\to+\infty)$, неперервна на $[0,+\infty)$ функція. При цьому виявлено, що /2/ виконується для кожної $f\in S(\Lambda,\Phi)$ при $x\to+\infty$ ($x\notin E$, E - нульової щільності на $[0,+\infty)$) тоді і тільки тоді, коли для кожного $b>0$

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{1}{t}\cdot\sum_{\lambda_n\leq b\Phi(t)}\frac{1}{n\lambda_n}=0. \qquad /3/$$

Виявляється, що останню умову можна послабити, якщо розглянути клас $S_0(\Lambda,\Phi)$ тих функцій $f\in S(\Lambda,\Phi)$ для обчислювальної функції послідовності Λ $(n(t)=\sum_{\lambda_n\leq t}1)$, для показників якої виконуються умови:

а/ $\ln n(t)=O(t)\quad (t\to+\infty)$;

б/ $\ln n(qt)\leq Aq\ln n(t)$ для всіх $q>1, t\geq t_0$ при деякому $A>0$.

Справедлива така теорема.

Теорема. Для того щоб співвідношення /2/ виконувалося для кожної функції $f \in S_0(\Lambda, \Phi)$ при $x \to +\infty$ $(x \in E,$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \operatorname{mes}(E \cap [0,x]) = 0)$, необхідно і досить, щоб для кожного $b > 0$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{1}{t} \sum_{\lambda_n \leq b\Phi(t)} \frac{1}{n\lambda_n} = 0 .$$

Метод доведення використовує деякі ідеї праць [1 - 3].

1. Скаскив О.Б. О поведении максимального члена ряда Дирихле, задающего целую функцию // Мат. заметки. 1985. Т.37. № 1. С.41-47. 2. Шеремета М.Н. Об эквивалентности логарифмов максимума модуля и максимального члена целого ряда Дирихле // Мат. заметки. 1987. Т.42. № 2. С.215-226. 3. Fenton P.C. Wiman-Valyron Theory for entire functions of finite lower growth // Trans. Amer. Math. Soc. 1979. Vol. 252. P. 221-232.

Стаття надійшла до редколегії 27.06.90

УДК 512.55

О.Д.Артемович

ПРО ПРАВІ ГАМІЛЬТОНОВІ КІЛЬЦЯ. II

У цій статті продовжується дослідження правих гамільтонових кілець /тобто кілець, всі підкільця яких є праві ідеали/ [3, задача 1.141], розпочате у статті [2].

Користуємось тією ж термінологією, що й раніше [2]. Нагадаємо лише, що внаслідок дослідження [3] радикал Левицького $\mathcal{L}(R)$ правого гамільтонового кільця R збігається з множиною всіх нільпотентних елементів із R.

Наступна теорема описує праві гамільтонові періодичні не нількільця.

Теорема. Нехай R - періодичне кільце, причому $R \neq \mathcal{L}(R)$. Тоді R - праве гамільтонове кільце в тому і лише в тому випадку, коли $R = \mathcal{L}(R) + \Phi$, $\mathcal{L}(R) \cap \Phi = 0$, $\Phi\mathcal{L}(R) = 0$, $\mathcal{L}(R) = \sum\limits_i^{\oplus} \mathcal{L}_{p_i}$, $\mathcal{L}_{p_i}$ - p_i - кільце; $\Phi = \sum\limits_i \oplus \langle e_i \rangle$, $\langle e_i \rangle \simeq$ $\simeq \mathbb{Z}/p_i^{n_i}\mathbb{Z}$ $(n_i \in \mathbb{N})$, причому прямі суми беруться по різних простих числах p_i, $\mathcal{L}_{p_i}^2 = 0$, і або $\mathcal{L}_{p_i} e_i = 0$, або e_i - права одиниця в підкільці $\mathcal{L}_{p_i} + \langle e_i \rangle$.