Теорема. Для того щоб співвідношення /2/ виконувалося для кожної функції $f \in S_0(\Lambda, \Phi)$ при $x \to +\infty$ $(x \in E$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \operatorname{mes}(E \cap [0, x]) = 0)$, необхідно і досить, щоб для кожного $\beta > 0$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{1}{t} \sum_{\lambda_n \le \beta\Phi(t)} \frac{1}{n\lambda_n} = 0 .$$

Метод доведення використовує деякі ідеї праць [1 - 3].

1. Скаскив О.Б. О поведении максимального члена ряда Дирихле, задающего целую функцию // Мат. заметки. 1985. Т.37. № 1. С.41-47. 2. Шеремета М.Н. Об эквивалентности логарифмов максимума модуля и максимального члена целого ряда Дирихле // Мат. заметки. 1987. Т.42. № 2. С.215-226. 3. Fenton P.C. Wiman-Valyron Theory for entire functions of finite lower growth // Trans. Amer. Math. Soc. 1979. Vol. 252. P. 221-232.

Стаття надійшла до редколегії 27.06.90

УДК 512.55

О.Д.Артемович

ПРО ПРАВІ ГАМІЛЬТОНОВІ КІЛЬЦЯ. II

У цій статті продовжується дослідження правих гамільтонових кілець /тобто кілець, всі підкільця яких є праві ідеали/ [3, задача 1.141], розпочате у статті [2].

Користуємось тією ж термінологією, що й раніше [2]. Нагадаємо лише, що внаслідок дослідження [3] радикал Левицького $\mathcal{L}(R)$ правого гамільтонового кільця R збігається з множиною всіх нільпотентних елементів із R.

Наступна теорема описує праці гамільтонові періодичні не нількільця.

Теорема. Нехай R - періодичне кільце, причому $R \ne \mathcal{L}(R)$. Тоді R - праве гамільтонове кільце в тому і лише в тому випадку, коли $R = \mathcal{L}(R) + \Phi$, $\mathcal{L}(R) \cap \Phi = 0$, $\Phi\mathcal{L}(R) = 0$, $\mathcal{L}(R) = \sum_i^{\oplus} \mathcal{L}_{p_i}$, $\mathcal{L}_{p_i}$ - p_i - кільце; $\Phi = \sum_i \oplus \langle e_i \rangle$, $\langle e_i \rangle \simeq \mathbb{Z}/p_i^{n_i}\mathbb{Z}$ $(n_i \in \mathbb{N})$, причому прямі суми беруться по різних простих числах p_i, $\mathcal{L}_{p_i}^2 = 0$, і або $\mathcal{L}_{p_i} e_i = 0$, або e_i - права одиниця в підкільці $\mathcal{L}_{p_i} + \langle e_i \rangle$.

Доведення. Достатність перевіряється безпосередньо. Необхідність. Нехай спочатку R – праве гамільтонове кільце, адитивна група R^+ якого є примарною абелевою групою для деякого простого числа p, z – ненільпотентний елемент із R. Тоді підкільце $<r>$, породжене цим елементом, скінченне [5, лема 1]. Тому $<r>$ містить ідемпотент e [5, наслідок 1]. З уваги на [4, наслідок 3] існує такий ідеал M, що

$$R = M + <e>, \quad M \cap <e> = 0.$$

Якщо M містить ненільпотентні елементи, то, міркуючи аналогічно, приходимо до існування в M ідемпотента $e_1 \neq 0$. Сума $<e> + <e_1>$ пряма. Справді, $eM \leqslant <e>, eM \leqslant M, <e> \cap M = 0$, і, як наслідок, $eM = 0$, $ee_1 = 0$, $e_1 e = e_1^2 e = e_1 e e_1 = 0$. Отже, $<e> \oplus <e_1>$ – комутативне гамільтонове кільце, а тому і U – кільце /в сенсі [6]/, що неможливо. Отже, в M всі елементи нільпотентні. Далі, в силу [7, лема 9], M – нільпотентне кільце. Крім того, $<e> \simeq \mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}$ $(n \in \mathbb{N})$.

Уточнимо будову кільця $M + <e>$. Для довільного $m \in M$, враховуючи лему 4 [1],

$$me = \gamma_1 m + \gamma_2 m^2 \quad (\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{Z}).$$

Тоді

$$me = me^2 = \gamma_1 me = \ldots = \gamma_1^k me \quad (k \in \mathbb{N}). \qquad /1/$$

Якщо $\gamma_1 = 0$, то $me = 0$. Коли ж $\gamma_1 \neq 0$, то внаслідок /1/ $(\gamma_1, p) = 1$.

Далі із $m^2 \neq 0$ та $m^s = 0$, де s – індекс нільпотентності елемента m, випливає

$$mem^{s-2} = \gamma_1 m^{s-1} + \gamma_2 m^s,$$
$$0 = \gamma_1 m^{s-1}, \quad m^{s-1} = 0,$$

всупереч припущенню. Отже, $m^2 = 0$, і тоді для будь-якого $t \in M$ маємо $0 = met = \gamma_1 mt$, $0 = mt$. Таким чином, $M^2 = 0$.

Нехай тепер R – довільне періодичне праве гамільтонове кільце. Тоді R^+ є прямою сумою примарних груп R_{p_i}, що відповідають різним простим числам p_i. Очевидно, R_{p_i} – ідеал кільця R. На основі вищесказаного

$$R_{p_i} = \mathcal{L}_{p_i} + \langle e_i \rangle, \ \mathcal{L}_{p_i} \cap \langle e_i \rangle = 0,$$
$$e_i \mathcal{L}_{p_i} = 0, \ \langle e_i \rangle \simeq \mathbb{Z}/p_i^{n_i}\mathbb{Z} \ (n_i \in \mathbb{N}),$$
$$\mathcal{L}_{p_i}^2 = 0; \ l_i e_i = l_i \text{, якщо } l_i \in \mathcal{L}_{p_i}.$$

Позначимо $\mathcal{L} = \sum_i \oplus \mathcal{L}_{p_i}$, $\Phi = \sum_i \oplus \langle e_i \rangle$.
Тоді, очевидно, $\mathcal{L}$ – радикал Левицького кільця R, $\Phi\mathcal{L} = 0$.
Теорема доведена.

1. Андриянов В.И., Фрейдман П.А. О гамильтоновых кольцах // Уч. зап. Свердлов. гос. пед. ин-та. 1965. Вып. 31. С.3-23. 2. Артемович О.Д. Про праві гамільтонові кільця // Вісн. ЛДУ. Сер. мех.-мат. 1990. Вип. 34. С.70-73. 3. Днестровская тетрадь. Нерешенные проблемы теории колец и модулей. Новосибирск, 1982. 4. Фрейдман П.А. Кольца с правым идеализаторным условием // Математ. зап. Уральск. ун-та, 1963. Т.4. Тетр. 3. С.51-58. 5. Фрейдман П.А. Кольца с идеализаторным условием. II // Уч. зап. Уральск. ун-та. 1959. Т.23 /мат. № 2/. Тетр. 1. С.35-48. 6. Фред ан П.А. Кольца с идеализаторным условием // Уч. зап. Уральск. ун-та. 1960. Т.23 /мат. № 2/. Тетр. 3. С.49-61. 7. Хмельницкий И.Л. Кольца, в которых все подкольца являются метаидеалами конечного идекса // Изв. вузов. Математика. 1979. № 4. С.53-67.

Стаття надійшла до редколегії 29.04.90

УДК 512.58 + 515.12

М.М.Зарічний

ПРОДОВЖЕННЯ ПРИРОДНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ НА КАТЕГОРІЇ КЛЕЙСЛІ

Всі необхідні означення з теорії категорій можна знайти у праці [2]. Ї.Вінарек [3] розглянув задачу продовження функторів на категорії Клейслі і показав, що продовження функтора $F: \mathcal{C} \to \mathcal{C}$ на категорію Клейслі $\mathcal{C}_{\mathbb{T}}$ монади $\mathbb{T} = (T, \eta, \mu)$ на категорії $\mathcal{C}$ перебувають у бієктивній відповідності з природними перетвореннями $\xi: FT \to TF$, для яких $\xi \circ F\eta = \eta F$ і $\xi \circ F\mu = \mu F \circ T\xi \circ \xi T$ /такі природні перетворення ми будемо називати асоційованими з відповідними продовженнями/.

У цій статті ми розглядаємо таку задачу. Нехай $t: F \longrightarrow F'$ – природне перетворення ендофункторів у категорії