ку. Застосування рівномірного наближення P – сплайнами особливо доцільно у тих випадках, коли наближувані функції мають різний характер зміни на різних частинах проміжку наближення. Такими, наприклад, є функції Бесселя.

1. Попов Б.А. Равномерное приближение сплайнами. К., 1989. 2. Попов Б.А., Теслер Г.С. Приближение функций для технических приложений. К., 1980. 3. Попов Б.А., Теслер Г.С. Вычисление функций на ЭВМ: Справочник. К., 1984. 4. Попов Б.О., Монцібович Б.Р. Розв"язування задач на машинах для інженерних розрахунків. К., 1978.

Стаття надійшла до редколегії 25.03.91

УДК 517.944.947

М.Д.Мартиненко, Х.С.Басьюні

ЛІНЕАРИЗАЦІЯ ДЛЯ ОДНІЄЇ ЗАДАЧІ ДАРБУ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Нехай f, g, φ, ψ – неперервні функції своїх аргументів та, крім того, φ та ψ – неперервно-диференційовані*, а f задовольняє умову Ліпшиця зі сталою L. В області $\Pi=\{|x-x_0|\leq H_1, |y-y_0|\leq H_2\}$ розглянемо задачу Дарбу

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}=f(u)+g(x,y), \\ &u(x_0,y)=\varphi(y), \quad u(x,y_0)=\psi(x). \end{aligned}\right\} \qquad /1/$$

При зроблених припущеннях задача /1/ має єдиний розв"язок /4/. Нехай $u_0=u(x_0,y_0)\equiv\varphi(y_0)=\psi(x_0)\neq 0$.

Поставимо у відповідність задачі /1/ виступну лінеаризовану задачу Дарбу:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x\,\partial y}=k\tilde{u}+q(x,y), \qquad k=\frac{f(u_0)}{u_0}, \\ &\tilde{u}(x_0,y)=\varphi(y), \quad \tilde{u}(x,y_0)=\psi(x). \end{aligned}\right\} \qquad /2/$$

Розв"язок задачі /2/ дає формула [1,2]:

$$u(x,y)=u_0 J_0\left(\sqrt{4(-k)(x-x_0)(y-y_0)}\right) +$$

---

* Ця умова не є істотною.

$$+\int_{y_0}^{y}\varphi'(\eta)J_0\left(\sqrt{4(-\kappa)(x-x_0)(y-y_0)}\right)d\eta +$$

$$+\int_{x_0}^{x}\psi'(\xi)J_0\left(\sqrt{4(-\kappa)(\xi-x_0)(y-y_0)}\right)d\xi +$$

$$+\int_{x_0}^{x}\int_{y_0}^{y} g(\xi,\eta)J_0\left(\sqrt{4(-\kappa)(\xi-x_0)(\eta-y_0)}\right)d\xi\, d\eta ,$$

де J_0 - функція Бесселя I-го роду нульового порядку.

Близкість розв"язків задач /I/-/2/ дають такі нерівності:

$$\max_{(x,y)\in\Pi}|u-\tilde{u}| \leqslant \frac{H_1H_2\left[L+\left|\frac{f(u_0)}{u_0}\right|\right]}{1-LH_1H_2}\max_{(x,y)\in\Pi}|\tilde{u}-u_0|,\quad LH_1H_2<1, \qquad /4/$$

$$\|u-\tilde{u}\|_A \leqslant \frac{L+\left|\frac{f(u_0)}{u_0}\right|}{A^2-L}\|\tilde{u}-u_0\|_A,\qquad A^2>L, \qquad /5/$$

де

$$\|u\|_A = \max_{(x,y)\in\Pi}\|u\|e^{-A[|x-x_0|+|y-y_0|]}.$$

З а у в а ж е н н я: I. Лінеаризація /2/ припускає узагальнення на більш за..льний клас задач Дарбу. Тут розглянута лише задача /I/ через її важливість для теорії пластичності, нелінійних хвиль, диференціальної геометрії тощо. 2. У ідейному плані ця стаття пов"язана з працями [3,4]. 3. Конкретні приклади чисельної реалізації формули /3/ покажуть достатню ефективність лінеаризації /2/ при розв"язуванні задачі /I/.

I. Б а б и ч В.М. Линейные уравнения математической физики. М., 1964. 2. М а р т и н е н к о М.Д., Б а с ь ю н і Х. Один варіант побудови початкової вилки для задачі Коші першого порядку //Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1990. Вип.34. С.92-94. 3. М а р т и н е н к о М.Д., Б а с ь ю н і Х. Лінеаризація для нелінійної задачі Коші першого порядку // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1991. Вип. 35. С. 69-72. 4. Т и к о м и Ф. Лекции по уравнениям в частных производных. М., 1937.

Стаття надійшла до редколегії 23.09.91