УДК 519.21

В.А.Шах

АБСОЛЮТНА НЕПЕРЕРВНІСТЬ КРАТНИХ СТОХАСТИЧНИХ ІНТЕГРАЛІВ

Нехай μ - довільна σ -скінченна міра на $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$. Припустимо, що для набору

$$\{W_i(A)\}_{A\in\mathcal{A}},\ \mathcal{A}=\{A\in\mathcal{B} \mid \mu(A)<\infty\},\qquad 1\leq i\leq n$$

гауссовських випадкових мір, визначених на основному ймовірнісному просторі, виконані співвідношення

$$EW_i(A)=0;\ EW_i(A_1)W_j(A_2)=r_{ij}\cdot\mu(A_1\cap A_2),$$

де $A, A_1, A_2\in\mathcal{A}$; $1\leq i, j\leq n$; $R=\{r_{ij}\}$ - довільна коваріаційна матриця.

Розглянемо кратний стохастичний інтеграл вигляду

$$I_n(f)=\int_{\mathbb{R}^n} f(t_1,\ldots,t_n)\,dW_1\ldots dW_n;\quad f\in L^2(\mu^n) \qquad /1/$$

Визначення та основні властивості такого інтеграла подаються у праці [3]. Відображення I_n можна розглядати як неперервний лінійний оператор із $L^2(\mu^n)$ в $L^2(\Omega, F, P)$. Якщо всі елементи матриці R дорівнюють 1, I_n збігається зі звичайним кратним інтегралом Вінера-Іто. Стохастичні інтеграли такого типу знаходять застосування у гідрології та в деяких розділах теоретичної фізики /див., наприклад, працю [2]/.

Ми розглядаємо деякі важливі характеристики розподілів випадкових величин, поданих у формі [3].

<u>Теорема 1.</u> Нехай $\operatorname{Ker} I_n$ - ядро лінійного оператора I_n. Якщо $f\notin \operatorname{Ker} I_n$, то випадкова величина $I_n(f)$ має абсолютно неперервний розподіл відносно міри Лебега λ на $\mathbb{R}$.

Теорема 1 узагальнює аналогічний результат, отриманий для звичайних кратних інтегралів Вінера-Іто.

Знайдено точний опис для $\operatorname{Ker} I_n$, тобто для множини функцій f таких, що випадкова величина $I_n(f)$ є виродженою. Цей опис подається у праці [1].

У випадку двократних інтегралів вдається також отримати достатні умови, які забезпечують існування обмеженої густини у розподілі випадкової величини $I_2(f)$, $f\in L^2(\mu^2)$.

I. Ш а х В.А. Кратные стохастические интегралы по зависимым гауссовским мерам //Л., 1989. Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 7194 – В89 Деп. 2. T a q q u M. Convergence of integrated prosesse of arbitrary Hermite rank //Z. Wahr. verw. Geb. 1979. V.50. P.53-83. 3. Fox, Taqqu. Multiple stochastic integrals with dependent integrators //Journal of Multivariate analysis. 1987. V.21. N1. P. 105-127.

Стаття надійшла до редколегії 30.03.91

УДК 519.651

Р.І.Михальчук, С.П.Шевчук

ПРО ОДНУ ВЛАСТИВІСТЬ У ТЕОРЕМАХ ПРО СЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ

Т е о р е м а 1. Нехай на $[a;b]$ задана послідовність додатних інтегровних функцій $\{f_i(t)\}$ і монотонна, знакопостійна на $[a;b]$ функція $g(t)$ а також $\{\Phi_i(t)\}$ послідовність таких первісних від функцій $\{f_i(t)\}$, що

$$\left(\frac{\Phi_i(t)}{\Phi_{i+1}(t)}\right)' > 0 \quad , \quad \left(\left(\frac{\Phi_i(t)}{\Phi_{i+1}(t)}\right)' < 0.\right.$$

Тоді $\zeta_1 \geq \zeta_2 \geq \cdots \geq \zeta_i \geq \cdots$; $(\zeta_1 \leq \zeta_2 \leq \ldots \leq \zeta_i \leq \cdots)$, /1/

де точки $\zeta_i \in [a,b]$ /i = 1,2,.../ визначаються співвідношеннями

$$\int_a^b f_i(t)g(t)dt = g(\zeta_i)\int_a^b f_i(t)dt. \qquad /2/$$

Послідовності /1/ монотонні та обмежені, а тому вони збіжні.

Т е о р е м а 2. Нехай кожна з функцій послідовності $\{f_i(t)\}$ означена і неперервна на $[a,b]$. І нехай $\{f_i(t)\}$ збігається на $[a;b]$ до функції $f(t)$ рівномірно. Крім цього, кожна з функцій $\{f_i(t)\}$ /i = 1,2,.../ в сукупності з функцією $g(t)$ задовольняє всі умови теореми про середнє значення в інтегральному численні. Тоді

$$\lim_{i\to\infty} \zeta_i = \zeta,$$

де значення середніх точок ζ_i, ζ визначаються рівностями /2/.

Д о в е д е н н я. Те, що $\{f_i(t)\} \longrightarrow f(t)$ на $[a;b]$ рівномірно означає, що $(\forall \varepsilon > 0)$, $(\exists N = N(\varepsilon))$, $(i > N) \Longrightarrow$

$$\max_t |f_i(t) - f(t)| < \varepsilon \Big/ \left|\int_a^b g(t)dt\right|;$$