I. Ш а х В.А. Кратные стохастические интегралы по зависимым гауссовским мерам //Л., 1989. Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 7194 – В89 Деп. 2. T a q q u M. Convergence of integrated prosesse of arbitrary Hermite rank //Z. Wahr. verw. Geb. 1979. V.50. P.53-83. 3. Fox, Taqqu. Multiple stochastic integrals with depender integrators //To nal of Multivariate analysis. 1987. V.21. N1. P. 105-127.

Стаття надійшла до редколегії 30.03.91

УДК 519.651

Р.І.Михальчук, С.П.Шевчук

ПРО ОДНУ ВЛАСТИВІСТЬ У ТЕОРЕМАХ ПРО СЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ

Т е о р е м а І. Нехай на $[a;b]$ задана послідовність додатних інтегровних функцій $\{f_i(t)\}$ і монотонна, знакопостійна на $[a;b]$ функція $g(t)$ а також $\{\Phi_i(t)\}$ послідовність таких первісних від функцій $\{f_i(t)\}$, що

$$\left(\frac{\Phi_i(t)}{\Phi_{i+1}(t)}\right)' > 0 \quad , \quad \left(\left(\frac{\Phi_i(t)}{\Phi_{i+1}(t)}\right)' < 0.\right)$$

Тоді $\zeta_1 \geqslant \zeta_2 \geqslant \cdots \geqslant \zeta_i \geqslant \cdots$; $(\zeta_1 \leqslant \zeta_2 \leqslant \ldots \leqslant \zeta_i \leqslant \cdots)$, /1/

де точки $\zeta_i \in [a, b]$ /i = 1,2,.../ визначаються співвідношеннями

$$\int_a^b f_i(t) g(t) dt = g(\zeta_i) \int_a^b f_i(t) dt. \qquad /2/$$

Послідовності /1/ монотонні та обмежені, а тому вони збіжні.

Т е о р е м а 2. Нехай кожна з функцій послідовності $\{f_i(t)\}$ означена і неперервна на $[a,b]$. І нехай $\{f_i(t)\}$ збігається на $[a;b]$ до функції $f(t)$ рівномірно. Крім цього, кожна з функцій $\{f_i(t)\}$ /i = 1,2,.../ в сукупності з функцією $g(t)$ задовольняє всі умови теореми про середнє значення в інтегральному численні. Тоді

$$\lim_{i\to\infty} \zeta_i = \zeta,$$

де значення середніх точок ζ_i, ζ визначаються рівностями /2/.

Д о в е д е н н я. Те, що $\{f_i(t)\} \longrightarrow f(t)$ на $[a;b]$ рівномірно означає, що $(\forall \varepsilon > 0)$, $(\exists N = N(\varepsilon))$, $(i > N) \Longrightarrow$

$$\max_t |f_i(t) - f(t)| < \varepsilon \Big/ \left|\int_a^b g(t) dt\right|;$$

Знайдемо

$$\left|\int_a^b f_i(t)g(t)dt - \int_a^b f(t)g(t)dt\right| = \left|\int_a^b (f_i(t) - f(t))g(t)\,dt\right| \leq$$

$$\leq \max_t |f_i(t) - f(t)| \left|\int_a^b g(t)\,dt\right| < \varepsilon \qquad /3/$$

З іншого боку,

$$\left|\int_a^b f_i(t)g(t)dt - \int_a^b f(t)g(t)dt\right| = \left|g(\zeta_i)\int_a^b f_i(t)dt - g(\zeta)\int_a^b f(t)dt\right| \leq$$

$$\leq \left|g(\zeta_i)\int_a^b f_i(t)dt - g(\zeta)\int_a^b f_i(t)dt\right| + \left|g(\zeta_i)\int_a^b f_i(t)dt - g(\zeta)\int_a^b f(t)dt\right| \leq$$

$$\leq |g(\zeta_i) - g(\zeta)| \left|\int_a^b f_i(t)dt\right| + |g(\zeta)| \left|\int_a^b f_i(t) - f(t)\,dt\right| \leq$$

$$\leq |g(\zeta_i) - g(\zeta)| \left|\int_a^b f_i(t)dt\right| + |g(\zeta)| \max_t |f_i(t) - f(t)| (b-a).$$

Таким чином, на основі /3/

$$\left|\int_a^b f_i(t)dt\right| |g(\zeta_i) - g(\zeta)| + |g(\zeta)| \max_t |f_i(t) - f(t)| (b-a) < \varepsilon.$$

Звідси

$$|g(\zeta_i) - g(\zeta)| < \varepsilon^*, \qquad /4/$$

де ε^* - деяке мале число, що і доводить теорему.

Стаття надійшла до редколегії 25.03.91