

В.П.Левицький, І.Т.Яськевич

ОДНОМІРНІ КОНТАКТНІ ЗАДАЧІ З ТЕПЛОУТВОРЕННЯМ
І ЗНОШУВАННЯМ ДЛЯ ЦИЛІНДРІВ

Одномірні задачі для циліндрів у циліндричній системі координат з урахуванням зношування розглянуті у працях [2, 3, 5], а теплова задача – у праці [6]. Однак процеси теплоутворення і зношування не можна розглядати окремо через їхній взаємний вплив. Мета даної праці – дослідити вплив температурного поля, що виникає внаслідок тертя, на процес зношування для вкладених циліндрів. При цьому приймемо, що коефіцієнт тертя є функцією температури.

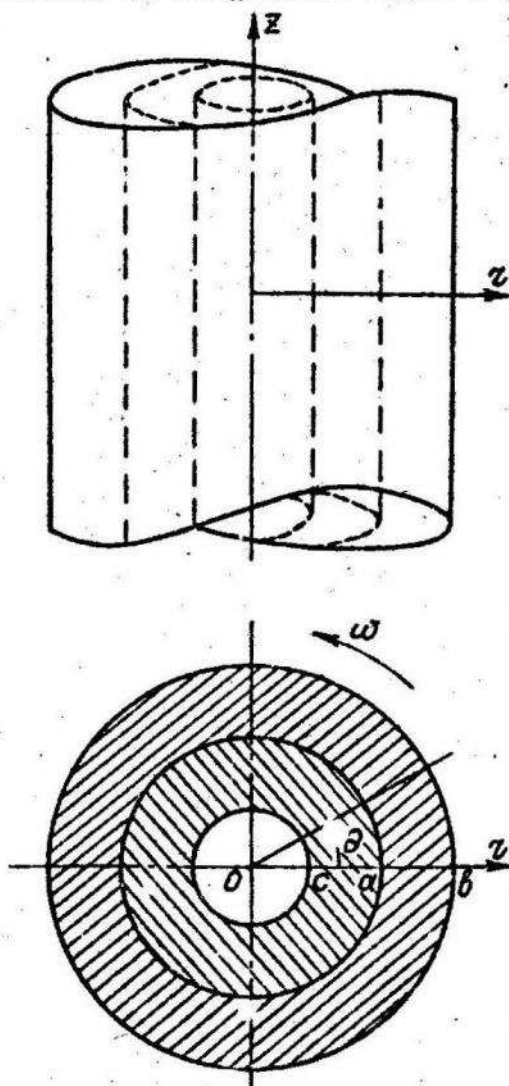


Рис. 1. Геометрія задачі

Розглянемо довгі круглі циліндри /рис. 1/, один з яких вклядений в інший, причому вони ковзають один відносно одного з кутовою швидкістю ω і коефіцієнтом тертя, що залежить від середньої температури на контакті $f = f(T_c)$. По поверхні зовнішнього циліндра рівномірно розподілене зусилля Q . Вважаємо, що температура, яка виникає внаслідок тертя, розподілена симетрично відносно осі циліндрів і не залежить від осевої координати Z . Припустимо, що осьове переміщення W дорівнює 0, що еквівалентне умові закріплення торців. Отже, маємо умови плоскої деформації. Тому у циліндричній системі координат невідомими будуть переміщення $u = v$ і напруження $\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_r$. Усі три деформації зсуву і дотичні напруження дорівнюють 0 внаслідок симетрії відносно осі і постійності вздовж осі.

З використанням узагальненого закону Гука і рівняння рівноваги після нескладних перетворень [6] одержимо:

$$u_i = \frac{1+\nu_i}{1-\nu_i} \alpha_i \frac{1}{z} \int_{z_1}^{z_2} T_i z dz + C_i z + \frac{D_i}{z}, \quad i=1,2; \quad /1/$$

$$\sigma_{zi} = -\frac{\alpha_i E_i}{1-\nu_i} \frac{1}{z^2} \int_{z_1}^{z_2} T_i z dz + \frac{E_i}{1+\nu_i} \left(\frac{C_i}{1-2\nu_i} - \frac{D_i}{z^2} \right), \quad i=1,2; \quad /2/$$

$$\sigma_{\theta i} = \frac{\alpha_i E_i}{1-\nu_i} \frac{1}{z^2} \int_{z_1}^{z_2} T_i z dz - \frac{\alpha_i E_i T_i}{1-\nu_i} + \frac{E_i}{1+\nu_i} \left(\frac{C_i}{1-2\nu_i} + \frac{D_i}{z^2} \right), \quad i=1,2; \quad /3/$$

$$\sigma_{ri} = -\frac{\alpha_i E_i T_i}{1-\nu_i} + \frac{2\nu_i E_i C_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}, \quad i=1,2. \quad /4/$$

Для того, щоб скрізь виконувалося $W=0$, до торців циліндрів необхідно прикласти нормальні зусилля, розподілені відповідно до /4/.

Граничні умови:

$$\frac{\partial T_1}{\partial z} = \gamma_1 T_1, \quad z=c; \quad /5/$$

$$\sigma_{z1} = 0, \quad z=c; \quad /6/$$

$$\sigma_{z1} = \sigma_{z2}, \quad z=a; \quad /7/$$

$$u_1 = u_2, \quad z=a; \quad /8/$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = \sigma_{z1} f \omega z, \quad z=a; \quad /9/$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} + \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = h(T_1 - T_2), \quad z=a; \quad /10/$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial z} = -\gamma_2 T_2, \quad z = \delta; \quad /II/$$

$$\sigma_{z2} = -Q, \quad z = \delta. \quad /I2/$$

Умови /5/ і /II/ – умови теплообміну із зовнішнім середовищем за законом Ньютона. Умова /6/ характеризує вільну від напружень внутрішню поверхню циліндра $\bar{I}$, умова /I2/ – характеризує зовнішню поверхню циліндра $\bar{II}$, що навантажена рівномірно розподіленим радіальним зусиллям Q . Умови /7/ і /8/ описують рівність напружень і переміщень на контактній поверхні, тобто умови ідеального механічного контакту. Згідно з умовою /9/, сума теплових потоків, що входять у тіла, дорівнює потужності дотичних напружень на контактній поверхні. Умова /I0/ відображає неідеальність теплового контакту з коефіцієнтом термопроникливості h ; при $h \rightarrow \infty$ тепловий контакт ідеальний. Коефіцієнт тертя $f = f(T_c)$ розглядаємо як функцію середньої температури на контакті $T_c = \frac{T_1 + T_2}{2}$, причому розглядатимемо як лінійну, так і експоненціальну залежності:

$$f = f_0 \exp(-\beta(T_1 + T_2)/2); \quad /I3/$$

$$f = f_0 - \beta(T_1 + T_2)/2. \quad /I4/$$

Як показали експериментальні дослідження [4], β слід вибирати таким чином, щоб при середній температурі на контактній поверхні близько 150°C коефіцієнт тертя f зменшився б удвічі.

Розглянемо інтеграли, що містяться у рівняннях /I/-/4/. Для циліндра $\bar{I}$ $z_1 = c$, $z_2 = a$, тому

$$\int_c^a 1, z dz = \frac{A_1}{2} \left(z^2 \ln \frac{B_1}{z} + \frac{1}{2}(z^2 - c^2) - c^2 \ln \frac{B_1}{c} \right). \quad /I5/$$

Для циліндра $\bar{II}$ $z_1 = a$, $z_2 = \delta$, тому

$$\int_a^\delta T_2 dz = \frac{A_2}{2} \left(z^2 \ln \frac{B_2}{z} + \frac{1}{2}(z^2 - a^2) - a^2 \ln \frac{B_2}{a} \right). \quad /I6/$$

Остаточно /I/-/4/ перепишемо як

$$u_i = \frac{1 + \nu_i}{1 - \nu_i} \sigma_i; \frac{A_i}{2} \left(z \ln \frac{B_i}{z} + \frac{1}{2}(z - \frac{\delta}{z}) - \frac{\delta^2}{2} \ln \frac{B_i}{\delta} \right) + C_i z + \frac{D_i}{z}; \quad /I7/$$

$$\sigma_{zi} = -\frac{\alpha_i E_i}{1 - \nu_i} \frac{A_i}{2} \left(\ln \frac{B_i}{z} + \frac{1}{2}(1 - \frac{\delta^2}{z^2}) - \frac{\delta^2}{2z^2} \ln \frac{B_i}{\delta} \right) + \frac{E_i}{1 + \nu_i} \left(\frac{C_i}{1 - 2\nu_i} - \frac{D_i}{z^2} \right); \quad /I8/$$

$$\sigma_{\partial i} = \frac{\alpha_i E_i}{1-\nu_i} \frac{A_i}{2} \left(-\ln \frac{B_i}{z} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\delta^2}{z^2} \right) - \frac{\delta^2}{z^2} \ln \frac{B_i}{\delta} \right) + \frac{E_i}{1+\nu_i} \left(\frac{C_i}{1-2\nu_i} + \frac{D_i}{z^2} \right); \quad /19/$$

$$\sigma_{z i} = \frac{\alpha_i E_i}{1-\nu_i} A_i \ln \frac{B_i}{z} + \frac{2 \nu_i E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} C_i; \quad /20/$$

$$T_i = A_i \ln \frac{B_i}{z}; \quad /21/$$

$$q_i = -\frac{A_i}{z}, \quad i = 1, 2, \quad \text{де } \delta = \begin{cases} c, i=1, \\ a, i=2. \end{cases} \quad /22/$$

Невідомими є константи: A_i, B_i, C_i, D_i , $i = 1, 2$.

Виконавши граничні умови /5/-/12/ і розв'язавши квадратне рівняння відносно A_i у випадку лінійної залежності f від середньої температури чи трансцендентне рівняння

$$\exp(J_1 A_i) = \frac{A_i}{J_2 A_i + J_3}, \quad /23/$$

де J_1, J_2, J_3 - деякі константи, у випадку експоненціальної залежності f від середньої температури, одержимо розподіл температурного поля для вкладених циліндрів, /рис. 2/.

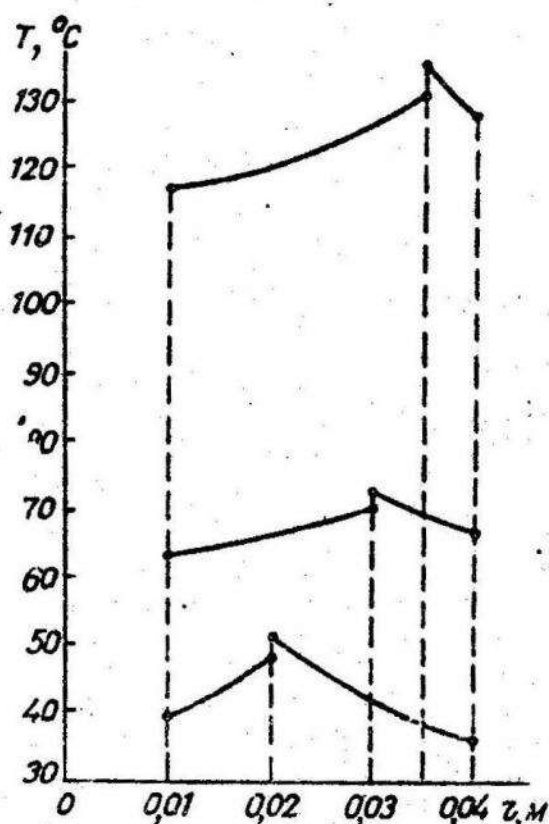


Рис. 2. Розподіл температурного поля залежно від радіуса поверхні контакту.

Під час розрахунку розглянуті матеріали з такими фізико-механічними характеристиками:

циліндр I: $E_1 = 20,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, $\nu_1 = 0,28$, $\alpha_1 = 11,7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\lambda_1 = 47 \text{ Вт/м} \cdot ^\circ\text{C}$, $\gamma_1 = 3 \text{ м}^{-1}$,

циліндр II: $E_2 = 7,1 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, $\nu_2 = 0,34$, $\alpha_2 = 23,8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\lambda_2 = 209 \text{ Вт/м} \cdot ^\circ\text{C}$, $\gamma_2 = 6 \text{ м}^{-1}$.

Проте у даних розрахунках узятий до уваги тільки процес теплоутворення, котрий, як уже зазначено, не можна розглядати без процесу зношування. Для оцінки зношування поверхні основною характеристикою є лінійне зношування u^* — зміна розміру в напрямку, перпендикулярному до поверхні тертя. Тому гранична умова [8] повинна мати вигляд:

$$u_1 = u_2 - u_2^* . \quad /24/$$

Основними чинниками, що зумовлюють процес зношування, є контактні напруження σ_z і швидкість ковзання ω . Залежність зношування від σ_z і ω можна зобразити у вигляді функціоналу

$$u^* = F_0^t [\sigma_z, \omega] . \quad /25/$$

За своїм фізичним змістом зношування є накопиченими за час t переміщеннями, які зумовлені руйнуванням, що відбувається за малі проміжки часу Δt . Для багатьох видів зношування властива степенева залежність швидкості зношування від σ_z і ω . На значення коефіцієнта зношування передусім впливають характеристики використовуваних матеріалів пари тертя, мікрогеометрія співдотичних поверхонь і мастила. Тому, строго кажучи, він не є параметром процесу зношування через зміну в часі таких характеристик контакту, як мікрогеометрія контакту, його фрикційні властивості. Однак найчастіше ці зміни відбуваються за проміжок часу, що є малою часткою в усьому часі експлуатації пари тертя. Розглянемо закон зношування у вигляді

$$u_2^* = K f(\sigma_z)^\xi (\omega z)^\eta t , \quad z = a \quad /26/$$

де $0 < \xi < 1$, $\eta = 0,5$, $K = 10^{-8}$.

Лінійний закон зношування [26] має назву "старіння у зношуванні". Такий підхід дає змогу розглядати також інші закони зношування, наприклад, течію в зношуванні [5], наслідкове і наслідково-старіюче зношування [1].

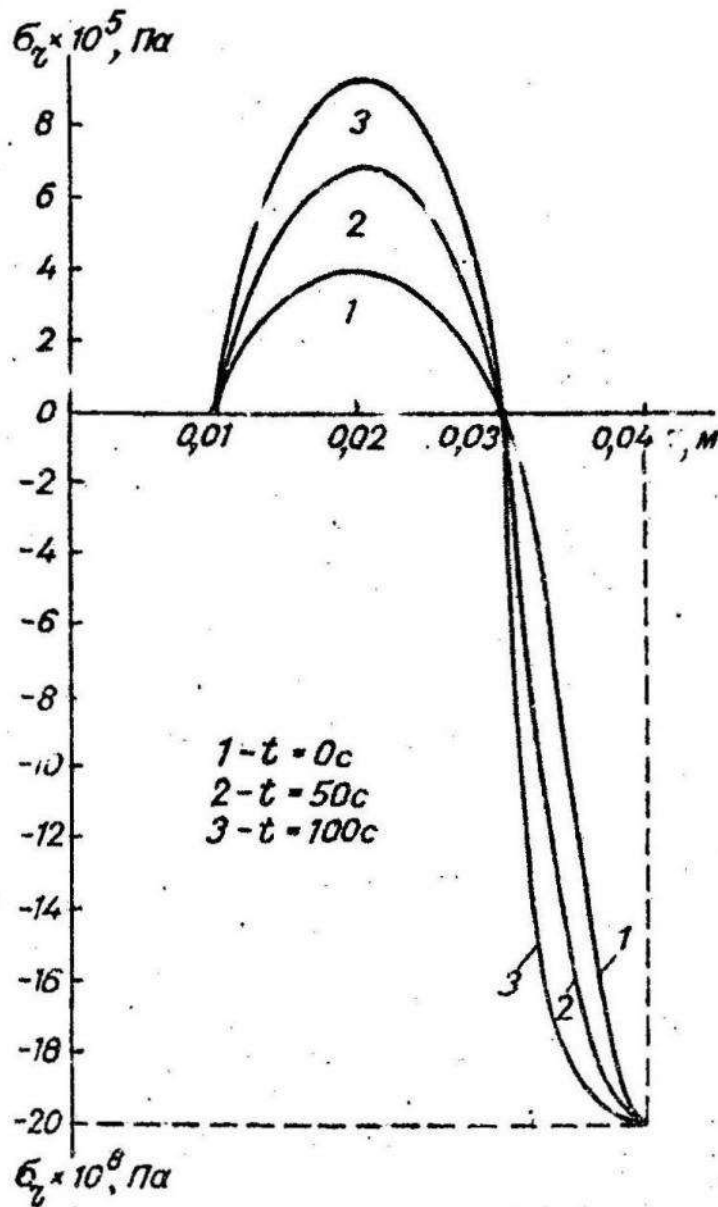


Рис. 3. Кінетика зміни σ_z у процесі зношування

В результаті заміни граничної умови /8/ на /24/ із використанням /26/ для знаходження коефіцієнта A_1 /за його допомогою виражаються всі інші коефіцієнти/ одержане трансцендентне рівняння

$$J_4 A_1 + J_5 = J_6 (J_7 A_1 + J_8)^{\frac{1}{2}} \quad /27/$$

де J_4, J_5, J_6, J_7, J_8 - деякі константи.

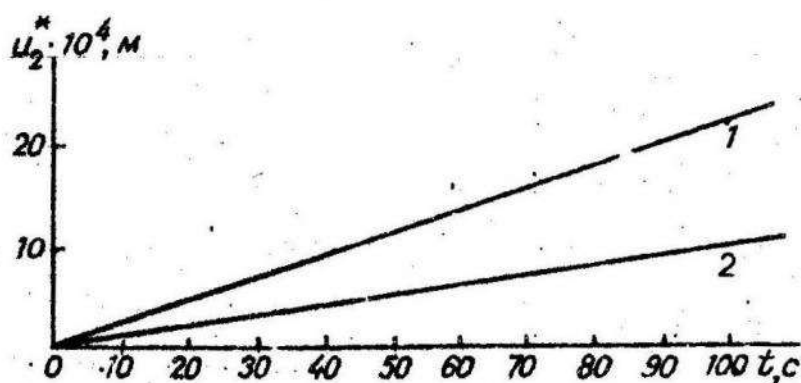


Рис. 4. Зміна профілю зношеної поверхні:
1 - з урахуванням теплоутворення; 2 - без урахування
теплоутворення.

Після знаходження коефіцієнтів $A_i, B_i, C_i, D_i, i=1,2$ побудовані графіки зміни σ_z у процесі зношування та зміни профілю зношеної поверхні контакту з урахуванням і без урахування процесу теплоутворення /рис. 3 і 4/.

І. Гавриков М.В., Мазин Р.И. Применение наследственно стареющей модели изнашивания к осесимметричной контактной задаче // Трение и износ. 1989. Т.10. № 6. 2. Горячев А.И., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии. М., 1988. 3. Добычин М.Н. Общие характеристики процессов, протекающих при взаимодействии трущихся тел. М., 1968. 4. Дроздов Ю.Н., Павлов В.Г., Пучков В.Н. Трение и износ в экстремальных условиях: Справ. М., 1986. 5. Коваленко А.Д. Введение в термоупругость. К., 1965. 6. Тимошенко С.П., Гирштер Дж. Теория упругости. 2-е изд., М., 1979.

Стаття надійшла до редколегії 19.05.92.