або

$$m_\psi(t_0)ch(l\sqrt{a^2-k_1})-M_\nu\frac{sh(l\sqrt{a^2-k_1})}{\sqrt{a^2-k_1}}-M_f\frac{ch(l\sqrt{a^2-k_1})-1}{\sqrt{a^2-k_1}}-\mu(t_0)\geqslant 0,$$

$$M_\psi(t_0)ch(l\sqrt{a^2-k_0})-m_\nu\frac{sh(l\sqrt{a^2-k_0})}{\sqrt{a^2-k_0}}-m_f\frac{ch(l\sqrt{a^2-k_0})-1}{\sqrt{a^2-k_0}}-\mu(t_0)\leqslant 0,$$

тоді існує розв"язок рівняння /7/, який належить відрізку $[k_0,k_1]$.

Стаття надійшла до редколегії 18.12.90

УДК 539.377

В.З.Дідик, Б.В.Ковальчук, М.П.Ленюк

НЕСТАЦІОНАРНЕ ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ У БЕЗМЕЖНІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ ПРИ ЗАЛЕЖНОМУ ВІД КООРДИНАТИ КОЕФІЦІЄНТІ ТЕПЛОВІДДАЧІ

Нехай безмежна кругова циліндрична оболонка нагрівається зовнішнім середовищем температури $t_0 = const$ по кільцевій області $|\alpha| \leqslant \delta$, $\gamma = \pm\delta$. Через бічні поверхні $\gamma = \pm\delta$ оболонки здійснюється конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем температури $t_c = t_0 N(\alpha)$.

Для знаходження нестаціонарного температурного поля в оболонці маємо рівняння теплопровідності [1]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial\alpha^2}+\left[\varkappa_1^2+\varkappa N(\alpha)\right]T=\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial\tau}-\varkappa_0^2 t_0 N(\alpha)S_+(\tau) \qquad /1/$$

з початковою та крайовими умовами

$$T\big|_{\tau=0}=0; \qquad T\big|_{|\alpha|\to\infty}=0, \qquad /2/$$

де

$$\varkappa=\varkappa_0^2-\varkappa_1^2, \quad \varkappa_i^2=\alpha_i/\lambda\delta, \quad i=0,1;$$

$$N(\alpha)=S_-(\alpha+\beta)-S_+(\alpha-\beta);$$

α_0, α_1 – коефіцієнти тепловіддачі відповідно з поверхонь області нагріву та за її межами; λ – коефіцієнт теплопровідності; a – коефіцієнт температуропровідності; τ – час; 2δ – товщина оболонки; $2b$ – ширина кільця нагріву; $S_{\pm}(\xi)$ – асиметричні одиничні функції [2].

Після застосування перетворення Лапласа до рівняння /I/ та умов /2/ розв"язок задачі теплопровідності в зображеннях має вигляд [3]

$$T = \frac{\varkappa_0^2 t_0}{S\gamma_0}\Big\{(\gamma_0 \operatorname{sh} 2\gamma_0 b + \gamma_1(\operatorname{ch} 2\gamma_0 b - 1)) \times$$

$$\times \left[e^{\gamma_1(\alpha+b)}(1 - S_-(\alpha+b)) + e^{-\gamma_1(\alpha-b)} S_+(\alpha-b)\right] +$$

$$+ \gamma_0^{-1}\left[(\gamma_0^2+\gamma_1^2)\operatorname{sh} 2\gamma_0 b + 2\gamma_0\gamma_1 \operatorname{ch} 2\gamma_0 b -\right.$$

$$\left. - 2\gamma_1(\gamma_1 \operatorname{sh}\gamma_0 b + \gamma_0 \operatorname{ch}\gamma_0 b)\operatorname{ch}\gamma_0 \alpha\right] N(\alpha)\Big\} \times$$

$$\times \left[(\gamma_0^2+\gamma_1^2)\operatorname{sh} 2\gamma_0 b + 2\gamma_0\gamma_1 \operatorname{ch} 2\gamma_0 b\right]^{-1}, \qquad /3/$$

де $\gamma_0^2 = \varkappa_0^2 + \frac{S}{a}, \quad \gamma_1^2 = \varkappa_1^2 + \frac{S}{a}.$

Нестаціонарне температурне поле в оболонці визначається формулою

$$T = \varkappa_0^2 t_0 \Big\{T_1(\tau,\alpha)\left[1 - S_-(\alpha+b)\right] + T_2(\tau,\alpha) S_+(\alpha-b) +$$

$$+ T_3(\tau,\alpha)\left[S_-(\alpha+b) - S_+(\alpha-b)\right]\Big\}, \qquad /4/$$

де

$$T_1(\tau,\alpha) = M\int_0^\infty \left[f_1(\xi)\cos\sqrt{\xi^2+\varkappa}(\alpha+b) + \right.$$

$$+f_2(\xi)\sin\sqrt{\xi^2+\varkappa}\,(\alpha+b)\Big]\varphi(\xi)\,d\xi\,;$$

$$T_2(\tau,\alpha)=M\int_0^\infty f_3(\xi)\varphi(\xi)\cos\xi\alpha\,\frac{d\xi}{\xi}\;+$$

$$+t_0\left(1-e^{-a\varkappa_0^2\tau}\right)\left[1-\frac{2}{\pi}\int_0^\infty f_3(\xi)\,\frac{\cos\xi\alpha}{\omega_1^2(\xi)+\omega_2^2(\xi)}\,\frac{d\xi}{\xi}\right];$$

$$T_3(\tau,\alpha)=M\int_0^\infty\Big[f_1(\xi)\cos\sqrt{\xi^2+\varkappa}\,(\alpha-b)-$$

$$-f_2(\xi)\sin\sqrt{\xi^2+\varkappa}\,(\alpha-b)\Big]\varphi(\xi)\,d\xi\,;$$

$$f_1(\xi)=\xi\omega_1(\xi)\sin 2b\xi+\sqrt{\xi^2+\varkappa}\;\omega_2(\xi)(1-\cos 2b\xi)\,;$$

$$f_2(\xi)=\xi\omega_2(\xi)\sin 2b\xi-\sqrt{\xi^2+\varkappa}\;\omega_1(\xi)(1-\cos 2b\xi)\,;$$

$$f_3(\xi)=2\sqrt{\xi^2+\varkappa}\,\left[\xi\,\omega_2(\xi)\cos b\xi-\sqrt{\xi^2+\varkappa}\,\omega_1(\xi)\sin b\xi\right];$$

$$\varphi(\xi)=\left[1-e^{-a(\xi^2+\varkappa_0^2)\tau}\right](\xi^2+\varkappa_0^2)^{-1}\left[\omega_1^2(\xi)+\omega_2^2(\xi)\right]^{-1};$$

$$\omega_1(\xi)=2\xi\sqrt{\xi^2+\varkappa}\,\cos 2b\xi\,;$$

$$\omega_2(\xi)=(2\xi^2+\varkappa)\sin 2b\xi\,;$$

$$M=2\pi^{-1}\varkappa_0^2\,t_0\;.$$

1. К о л я н о Ю.М., Л и д ы к В.З. Установившиеся напряжения в бесконечной цилиндрической оболочке с теплообменом, обусловленные локальным нагревом // Мат. методы и физ.-мех. поля. 1978. Вып.8. С.93-98. 2. П о д с т р и г а ч Я.С., К о л я н о Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. К., 1972. 3. П о д с т р и г а ч Я.С., Л о м а к и н В.А., К о л я н о Ю.М. Термоупругость тел неоднородной структуры. М., 1984.

Стаття надійшла до редколегії 19.03.91