

УДК 513.872

А. І. ПИЛИПОВИЧ

ПЛОЩИНИ ТА СФЕРИ В КОНСТРУКТИВНИХ ЗАДАЧАХ ПРОСТОРУ ЛОБАЧЕВСЬКОГО

Розглянемо дві групи задач, розв'язання яких вимагає проведення площин, сфер та орисфер, або площин, сфер та гіперсфер (еквідистантних поверхонь). Відповідно до цього виберемо такі інструменти побудови: площинограф, сферограф, орисферограф та гіперсферограф, які коротко позначатимемо P, C, O, G . Розглянемо такі комплекси інструментів: P, C, O ; P, C, G та P, C . Комплекс P, C, O використовується при знаходженні елементів перетину з заданою орисферою таких поверхонь та ліній: 1) площини, 2) сфери, 3) орисфери, 4) гіперсфери, 5) прямої, 6) кола, 7) орицикла, 8) гіперцикла. Комплексом P, C, G користуються при побудові перетину заданої гіперсфери з перерахованими вище вісьмома поверхнями та лініями. Однак виявляється, що вживання орисферографа та гіперсферографа для розв'язання цих задач не є необхідним і зводиться лише до побудови відповідної поверхні як неперервного геометричного місця точок, тобто має місце така

Теорема. Всяку конструктивну задачу, яку можна розв'язати комплексом інструментів P, C, O , або — P, C, G , можна розв'язати і комплексом P, C .

Для доведення теореми показано, що ці дві групи задач можна розв'язати за допомогою площинографа і сферографа. Причому орисферу задаємо направленою віссю і точкою орисфери на цій осі. Інші ж способи задання орисфери, а саме: направленою віссю і точкою орисфери, не інцидентною цій осі, чотирма точками орисфери, частиною орисферичної поверхні за допомогою комплексу P, C , можна звести до першого способу. Так само гіперсферу задаватимемо базовою площиною і дистанцією. Способи ж задання гіперсфери базовою площиною і точкою гіперсфери, чотирма точками однієї або різних віток гіперсфери, частиною гіперсферичної поверхні за допомогою комплексу P, C легко звести до задання гіперсфери базовою площиною і дистанцією.

Лінія перетину двох поверхонь вважається відомою, якщо знайдено елементи, які її визначають, і вказано спосіб побудови довільної її точки вибраним комплексом інструментів. Для побудови лінії перетину сфер, орисфер, гіперсфер або їх комбінацій використовується метод січних площин. Одною з таких площин є радикальна площина цих поверхонь. Тип лінії перетину розглянутих поверхонь встановлюється на основі інтерпретації гіперболічного простору гіперболічною сіткою.

сфер. Вважається також, що комплексом Π, C можна розв'язати всяку плоску конструктивну задачу, яка розв'язується за допомогою циркуля і лінійки.

ЛІТЕРАТУРА

1. В. Ф. Каган. Основания геометрии, ч. 1. М.—Л., 1949.
 2. М. Н. Несторович. Геометрические построения в плоскости Лобачевского, М.—Л., 1951.
 3. А. И. Фетисов. Очерки по евклидовой и неевклидовой геометрии. М., 1965.
-