$$-\frac{3a(\sigma)(\xi+2nh)}{2(\alpha(\sigma)-\alpha(\tau))^{5/2}}+\frac{a(\sigma)(\xi+2nh)^3}{4(\alpha(\sigma)-\alpha(\tau))^{7/2}}\Bigg)\exp\left(-\frac{(\xi+2nh)^2}{4(\alpha(\sigma)-\alpha(\tau))}\right)+\Bigg(\frac{-\nu'(\sigma)(\xi+(2n-1)h}{(\alpha(\sigma)-\alpha(\tau))^{3/2}}+$$

$$+\frac{3a(\sigma)\nu(\sigma)(\xi+(2n-1)h)}{2(\alpha(\sigma)-\alpha(\tau))^{5/2}}-\frac{a(\sigma)\nu(\sigma)(\xi+(2n-1)h)^3}{4(\alpha(\sigma)-\alpha(\tau))^{7/2}}\Bigg)\exp\left(\frac{(\xi+(2n-1)h)^2}{4(\alpha(\sigma)-\alpha(\tau))}\right)\Bigg)d\xi,$$

де $\nu(t)=\dfrac{\nu_2(t)}{\nu_1(t)}$, $\alpha(t)=\int\limits_0^t a(\tau)d\tau$.

З /16/ маємо, що $q(t)\equiv 0$ на $[0,T]$, а звідси і $v(x,t)\equiv 0$ в $\mathfrak{D}$. Теорема доведена.

Зауважимо, що в теоремі 2 з'ясована також єдиність розв"язку оберненої задачі знаходження невідомих функцій $\{q(t), v(x,t)\}$ з рівняння /12/ та умов /2/-/5/.

1. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М., 1967. 2. Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М., 1959.

Стаття надійшла до редколегії 17.02.93

УДК 517.957:519.642.8

М.М.Бокало, В.М.Флюд

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ В ПІДШИПНИКУ КОЧЕННЯ

Метою нашої публікації є описання математичної моделі нестаціонарного теплового поля, яке виникає в роликовому підшипнику внаслідок тертя між роликами й біговою доріжкою. Вважаємо, що внутрішня обойма підшипника нерухома, а зовнішня – рухається з постійною кутовою швидкістю $\omega$ та у фіксованому відносно внутрішньої обойми радіальному напрямі на зовнішню обойму діє постійна сила $F$. Крім цього, припускаємо, що підшипник охолоджується потоком повітря /рідини/. Обмежимось розглядом розподілу температури по перетині внутрішньої обойми площиною, яка пролягає через серединне коло бігової доріжки. У полярній системі координат даний процес моделюється таким чином: знайти функцію $u(r,\varphi,t)$, яка є розв"язком рівняння

$$\frac{1}{a^2}\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial u}{\partial r}\right]+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \qquad /1/$$

в області $Q=\Omega\times(0,+\infty)$, де $\Omega=\{(r,\varphi)\mid R_1<r<R_2\}$ – кільце, та задовільняє початкову умову

$$u(r,\varphi,0)=u_0(r,\varphi), \qquad /2/$$

і граничні умови

$$\lambda(u)\frac{\partial u}{\partial r}=\sigma(u-\bar{u}) \quad \text{при} \quad r=R_1, \qquad /3/$$

$$\lambda(u)\frac{\partial u}{\partial r}=\beta(u)k(u)N(\varphi,t)v+$$
$$+\bar{\mu}(\varphi,t)(\bar{u}-u) \quad \text{при} \quad r=R_2. \qquad /4/$$

Тут $u_0(r,\varphi)$ – початковий розподіл температури у внутрішній обоймі; $a^2,\lambda(u)$ – відповідно усереднений коефіцієнт температуропровідності і коефіцієнт теплопровідності /залежний від температури/ внутрішньої обойми; $\sigma$ – коефіцієнт конвективного теплообміну між циліндричною стінкою обойми й охолоджувальним повітрям /рідиною/; $k(u)$ – коефіцієнт тертя між біговою доріжкою і роликами /залежний від температури/; $\beta(u)$ визначає, яка кількість тепла, що виникає внаслідок тертя між роликами і біговою доріжкою, потрапляє у внутрішню обойму /за Блоком, $\beta(u)=\lambda(u)/(\lambda(u)+\lambda_0(u))$, де $\lambda_0(u)$ – коефіцієнт теплопровідності роликів; $\bar{u}$ – температура охолоджувального повітря /рідини/; $v=2\pi R_2\,\omega$ – лінійна швидкість руху роликів по біговій доріжці внутрішньої обойми [1, 3]. Крім цього,

$$N(\varphi,t)=p(\varphi-vt)h(\varphi),$$
$$\bar{\mu}(\varphi,t)=\mu(\varphi-vt),$$

де $p(y)$, $\mu(y)$ – періодичні функції з періодом $l=\pi/z$ такі, що $p(y)=0{,}5(\cos(\pi y/s)+1)$, $\mu(y)=0$, якщо $|y|<s$, і $p(y)=0$, $\mu(y)=0{,}5\sigma_0[\cos\pi(|y|-l)/(l-s)+1]$, якщо $s\le|y|\le l$; $h(\varphi)=$ $=\pi F(\cos\varphi-0{,}5)/(0{,}307kz)$, якщо $|\varphi|\le\pi/3$, $h(\varphi)=0$, якщо $|\varphi|>\pi/3$.

Тут через $z, k, s, \sigma_0$ позначені відповідно кількість роликів у підшипнику, площа поверхні стикання ролика з біговою доріжкою, довжина спільної частини серединного кола і поверхні стикання, максимальне значення коефіцієнта конвективного теплообміну між зовнішньою циліндричною стінкою внутрішньої обойми та охолоджувальним повітрям /рідиною/.

Складена програма для ЕОМ знаходження числового розв"язку задачі /1/-/4/ на основі методу різницевих схем [2]. Виходячи з цього, розраховане нестаціонарне теплове поле в обоймі роликового підшипника опори шарошки бурового долота. Отримані результати узгоджуються з експериментальними даними.

І. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М., 1979. 2. Самарский А.А. Теория разностных схем. М., 1982. 3. Ярышев М.И. Теоретические основы измерения нестационарных процессов. М., 1976.

Стаття надійшла до редколегії І7.03.93

УДК 5І7.947

Л.І.Комарницька

## НЕЛОКАЛЬНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ, НЕ РОЗВ"ЯЗАНОГО ВІДНОСНО СТАРШОЇ ПОХІДНОЇ

У деяких задачах гідродинаміки виникають лінійні диференціальні рівняння з частинними похідними, не розв"язані відносно старшої похідної по часу:

$$D_t^l L_0(x;D_x)u+\sum_{k=0}^{l-1} D_t^k L_{l-k}(x;D_x)u=f(t,x). \qquad /1/$$

Велике прикладне значення цих рівнянь пояснює численність досліджень з питань постановок крайових задач, якісного вивчення розв"язків, спектральних властивостей операторів $L_0$. Зокрема, у праці [4] розглянуті змішані крайові задачі для рівнянь вигляду /1/, де $L_0(x;D_x)$ – еліптичний оператор порядку $2m$ відносно змінних $x=(x_1,\dots,x_p)$.

У даній статті досліджується задача з нелокальними умовами по часу для рівняння вигляду /1/ зі змінними по $x$ коефіцієнтами у випадку однієї просторової змінної. Тут продовжені дослідження, розпочаті у праці [2].

І. Розглянемо в області $Q=[0,T]\times G, G=[0,\pi]$ задачу

$$L(u)\equiv\frac{\partial^n}{\partial t^n}\mathcal{L}^m u+\sum_{\substack{\beta\le m\\ l\le n-1}} a_{\beta l}\frac{\partial^l}{\partial t^l}\mathcal{L}^\beta u=f(t,x), \qquad /2/$$

$$M_r(u)\equiv\sum_{\substack{\beta\le m\\ l\le n-1}} A_{\beta l}^r\frac{\partial^l}{\partial t^l}\mathcal{L}^\beta u\Big|_{t=0}-\mu\sum_{\substack{\beta\le m\\ l\le n-1}} A_{\beta l}^r\frac{\partial^l}{\partial t^l}\mathcal{L}^\beta u\Big|_{t=T}=0\ (r=\overline{1,n}), \qquad /3/$$

$$\mathcal{L}^i u\big|_{x=0}=\mathcal{L}^i u\big|_{x=\pi}=0 \quad (i=\overline{0,m-1}), \qquad /4/$$