УДК 512.21

В.М.Сороківський

ЦІЛІ ХАРАКТЕРИСТИЧНІ ФУНКЦІЇ ЙМОВІРНІСНИХ ЗАКОНІВ ОБМЕЖЕНОГО $l-M$ ІНДЕКСУ

Нехай $F(x)$ – функція розподілу ймовірнісного закону, $\varphi(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(izx)\,dF(x)$ – його характеристична функція, $T(x)=1-F(x)+F(-x)$.

Ціла функція f називається [1] функцією обмеженого $l-M$ індексу, якщо існує число $N\in\mathbb{Z}_+$ таке, що для всіх $r>0$ і $n\in\mathbb{Z}_+$ виконується нерівність

$$\frac{M(r,f^{(n)})}{n!\,l^n(|z|)}\leq\max\left\{\frac{M(r,f^{(k)})}{k!\,l^k(|z|)}:0\leq k\leq N\right\},$$

де l – додатна неперервна на $[0,+\infty)$ функція; $M(r)=\max_{|z|=r}|f(z)|$.

Теорема. Нехай функція l – додатна на $[0,+\infty)$ неперервна диференційована, RO – змінна [3] така, що

$$\text{а/}\ \underline{\lim}_{r\to\infty}(rl'(r)/l(r))=\Delta>0,\quad \text{б/}\ \overline{\lim}_{r\to\infty}(rl'(r)/l(r))=S<\infty.$$

Для того, щоб ціла характеристична функція $\varphi(z)$ була функцією обмеженого $l-M$ індексу, необхідно і досить, щоб

$$\overline{\lim_{x\to\infty}}\frac{x}{l\left(\frac{1}{x}\ln\frac{1}{T(x)}\right)}<\infty.$$

Для доведення теореми використана стандартна методика [1, 2].

1. А б у е р а б к Ш., Ш е р е м е т а М.Н. Целые функции ограниченного $l-M$ индекса // Докл. АН УССР. Сер. А. 1989. № 11. С.3-5. 2. В и н н и ц к и й Б.В. Об одном свойстве целых характеристических функций вероятностных законов. // Изв. вузов. Математика. 1975. № 4. С.95-97.

Стаття надійшла до редколегії 11.05.93