

даний відповідно на рис. 2, б і рис. 3, б. На обох рисунках суцільною лінією позначені графіки, що стосуються до першої пластини, а штриховою – другої.

Стаття надійшла до редколегії 10.06.93

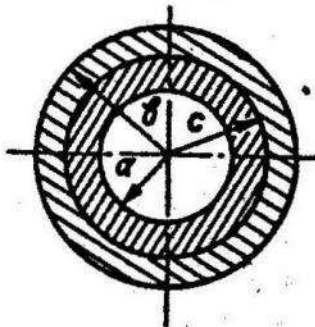
УДК 539.3

Д.В.Гриліцький, Ю.І.Мандзик

ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ

І ТЕРМОПРУЖНИЙ СТАН ДВОШАРОВОГО ОРТОТРОПНОГО ЦИЛІНДРА
ЗА ФРИКЦІЙНОГО НАГРІВАННЯ*

Розглянемо контактну взаємодію двошарового круглого порожнистого циліндра. Один порожнистий круглий циліндр з внутрішнім радіусом $r' = a$ і зовнішнім радіусом $r' = c$ вставлений у такої ж форми другий циліндр із внутрішнім радіусом $r' = c$ та зовнішнім радіусом $r' = b$ /див. рисунок/.



Матеріали складових пакета є циліндрично-ортотропними. На обох бічних поверхнях задаються радіальні переміщення чи радіальні напруження або ж на одній бічній поверхні задаються радіальні переміщення, а на другій – радіальні напруження. Допустимо, що один з циліндрів обертається відносно іншого з малою кутовою швидкістю ω .

© Гриліцький Д.В., Мандзик Ю.І., 1994

* Робота виконана при підтримці Державного фонду фундаментальних досліджень ДНУТ України.

За рахунок дії сил тертя, що виникають на стичних поверхнях циліндрів, відбувається стаціонарне теплоутворення. Вважаємо, що між бічними поверхнями пакета та зовнішнім середовищем здійснюється теплообмін за законом Ньютона, і тепловий контакт циліндрів є неідеальним. За прийнятих допущень визначимо в тілах температурні поля і теплові потоки, напруження та переміщення, зокрема тиск, що виникає між циліндрами. Оскільки поставлена задача є плоскою та осесиметричною, то всі шукані характеристики будуть функціями лише радіальної координати z' .

Наведемо основні співвідношення, якими користуватимемося у процесі побудови розв'язку задачі [1, 2]. Для зручності введемо безрозмірну змінну z : $z' = bz$, де $a/b \leq z \leq 1$.

У подальших формулах параметр i може набувати значення 1 або 2 залежно від того, у якому циліндрі визначається шукана характеристика.

Рівняння теплопровідності:

$$d_{zz}^2 t_i + z^{-1} d_z t_i = 0. \quad /1/$$

Залежності між деформаціями та переміщеннями;

$$e_z = \frac{1}{b} d_z u_z; \quad e_\theta = \frac{1}{b} \frac{u_z}{z}. \quad /2/$$

Співвідношення закону Гука з урахуванням температурних членів:

$$e_z = \beta_{11} \sigma_z + \beta_{12} \sigma_\theta + \beta_1 t; \quad e_\theta = \beta_{12} \sigma_z + \beta_{22} \sigma_\theta + \beta_2 t. \quad /3/$$

Коефіцієнти β_{ij} /у випадку плоскої деформації/ визначаються за формулами

$$\beta_{ij} = a_{ij} - (a_{i3} a_{j3}) / a_{33}; \quad \beta_i = \alpha_i - (\alpha_3 a_{i3}) / a_{33};$$

де a_{ij} - компоненти тензора пружних податливостей матеріалу,

α_i - коефіцієнти лінійного теплового розширення.

Розв'язавши рівняння /3/ відносно напружень, отримуємо

$$\sigma_z = (\beta_{11} \beta_{22} - \beta_{12}^2)^{-1} [\beta_{22} e_z - \beta_{12} e_\theta - (\beta_1 \beta_{22} - \beta_{12} \beta_2) t];$$

$$\sigma_\theta = (\beta_{11} \beta_{22} - \beta_{12}^2)^{-1} [\beta_{11} e_\theta - \beta_{12} e_z - (\beta_2 \beta_{11} - \beta_{12} \beta_1) t]. \quad /4/$$

Рівняння термопружності

$$d_{zz}^2 u_z^{(i)} + z^{-1} d_z u_z^{(i)} - k_i^2 z^{-2} u_z^{(i)} = b(\delta_1^{(i)} d_z t_i + \delta_2^{(i)} z^{-1} t_i), \quad /5/$$

де

$$k_i^2 = \beta_{11}^{(i)} (\beta_{22}^{(i)})^{-1}; \quad \delta_1^{(i)} = (\beta_1^{(i)} \beta_{22}^{(i)} - \beta_2^{(i)} \beta_{12}^{(i)}) (\beta_{22}^{(i)})^{-1};$$

$$\delta_2^{(i)} = (\beta_1^{(i)} \beta_{22}^{(i)} - \beta_2^{(i)} \beta_{12}^{(i)} - \beta_2^{(i)} \beta_{11}^{(i)} + \beta_1^{(i)} \beta_{12}^{(i)}) (\beta_{22}^{(i)})^{-1}.$$

Механічні умови

$$z = a/b: \quad \sigma_z^{(1)} = -p_1 \quad \text{або} \quad u_z^{(1)} = \varepsilon_1,$$

$$z = c/b: \quad \sigma_z^{(1)} = \sigma_z^{(2)} = -p \quad \text{або} \quad u_z^{(1)} = u_z^{(2)},$$

$$z = 1: \quad \sigma_z^{(2)} = -p_2 \quad \text{або} \quad u_z^{(2)} = -\varepsilon_2.$$

/6/

Теплофізичні умови

$$z = a/b: \quad \frac{1}{\delta} d_z t_1 - \gamma_1 t_1 = -\gamma_1 T_{1c}; \quad z = 1: \quad \frac{1}{\delta} d_z t_2 + \gamma_2 t_2 = \gamma_2 T_{2c},$$

$$z = c/b: \quad \lambda_1 \frac{1}{\delta} d_z t_1 - \lambda_2 \frac{1}{\delta} d_z t_2 - \omega p c f = 0,$$

/7/

$$\lambda_1 \frac{1}{\delta} d_z t_1 + \lambda_2 \frac{1}{\delta} d_z t_2 + h(t_1 - t_2) = 0.$$

В умовах /6-7/ введено позначення: γ_i - відносні коефіцієнти теплообміну; λ_i - коефіцієнти теплопровідності в радіальному напрямі; f - коефіцієнт тертя; h - термічна провідність поверхні контакту циліндрів; $\omega p c f$ - робота сил тертя, що витрачається на нагрівання циліндрів; p - тиск між циліндрами; ε_i - задані радіальні зміщення; ω - кутова швидкість; T_{1c} - температура зовнішнього середовища всередині пакета; T_{2c} - температура зовнішнього середовища ззовні пакета.

Отже, поставлена задача зводиться до побудови розв'язків диференціальних рівнянь /1/, /5/, за умов /6/, /7/.

Зінтегруємо рівняння теплопровідності /1/, враховуючи теплофізичні умови /7/. Якщо проробити відповідні викладки, то в результаті матимемо такі співвідношення для температури у двошаровому пакеті:

$$t_i(z) = c_i \ln z + d_i,$$

/8/

$$\text{де} \quad c_i = (T_{2c} - T_{1c}) \frac{h}{F} S_i + (-1)^{i+1} \omega f c p N_i,$$

$$d_i = T_{1c} L_i + T_{2c} (1 - L_i) + \omega f c p M_i.$$

Тут введено позначення:

$$S_1 = \lambda_2 \lambda_1^{-1}; \quad S_2 = 1;$$

$$N_1 = \lambda_1^{-1} \left[c - \lambda_2 F^{-1} \left(1 + \frac{h c}{\lambda_1} \left(\frac{1}{a \gamma_1} + \ln \frac{c}{a} \right) \right) \right],$$

$$N_2 = \frac{1}{F} \left(1 + \frac{h c}{\lambda_1} \left(\frac{1}{a \gamma_1} + \ln \frac{c}{a} \right) \right),$$

$$L_1 = 1 - \lambda_2 \lambda_1^{-1} \frac{h}{\gamma_1 F} \left(\frac{1}{a} - \gamma_1 \ln \frac{a}{\delta} \right), \quad L_2 = \frac{h}{F \delta \gamma_2},$$

/9/

$$M_1 = \frac{1}{\lambda_1 \gamma_1} \left(\frac{1}{a} - \gamma_1 \ln \frac{a}{b} \right) \left(c - \lambda_2 F^{-1} \left[1 + \frac{hc}{\lambda_1} \left(\frac{1}{a \gamma_1} + \ln \frac{c}{a} \right) \right] \right),$$

$$M_2 = \frac{1}{F \gamma_2 b} \left(1 + \frac{hc}{\lambda_1} \left(\frac{1}{a \gamma_1} + \ln \frac{c}{a} \right) \right).$$

$$F = 2\lambda_2 c^{-1} + h \left(\frac{1}{\gamma_2 b} + \ln \frac{b}{c} + \lambda_2 \lambda_1^{-1} \left(\frac{1}{a \gamma_1} + \ln \frac{c}{a} \right) \right).$$

Як бачимо, коефіцієнти c_i та d_i , а отже, й температурні поля в циліндрах, лінійно залежать від тиску p між циліндрами.

Перейдемо до побудови розв'язку задачі термопружності, тобто до знаходження переміщень $u_z^{(i)}$ та напружень $\sigma_z^{(i)}$ в циліндрах. Зінтегрувавши рівняння термопружності /5/, отримаємо

$$u_z^{(i)}(z) = A_i^* z^{k_i} + B_i^* z^{-k_i} + A_i(z) z^{k_i} + B_i(z) z^{-k_i}, \quad /10/$$

де

$$A_i(z) = b [c_i \varphi_-^{(i)} + d_i x_-^{(i)}] (z^{i-k_i} - a_i^{i-k_i}) +$$

$$+ b c_i x_-^{(i)} [z^{i-k_i} \ln z - a_i^{i-k_i} \ln a_i];$$

$$B_i(z) = b [c_i \varphi_+^{(i)} + d_i x_+^{(i)}] (z^{i+k_i} - a_i^{i+k_i}) +$$

$$+ b c_i x_+^{(i)} [z^{i+k_i} \ln z - a_i^{i+k_i} \ln a_i].$$

$$\text{тут } \varphi_{\pm}^{(i)} = \pm (2k_i(1+k_i))^{-1} ((1 \pm k_i)^{-1} \delta_2^{(i)} - \delta_1^{(i)}); x_{\pm}^{(i)} = \mp (2k_i(1 \pm k_i))^{-1} \delta_2^{(i)} \\ (i=1,2; a_1 = a/b, a_2 = c/b).$$

За формули /4/, використавши /2/ та /10/, знайдемо $\sigma_z^{(i)}(z)$

$$\sigma_z^{(i)}(z) = (\beta_{11}^{(i)} \beta_{22}^{(i)} - (\beta_{12}^{(i)})^2)^{-1} \left[\frac{1}{b} (A_i^* + A_i(z)) (k_i \beta_{22}^{(i)} - \beta_{12}^{(i)}) z^{k_i-1} - \right. \\ \left. - \frac{1}{b} (B_i^* + B_i(z)) (k_i \beta_{22}^{(i)} + \beta_{12}^{(i)}) z^{-k_i-1} - (\beta_{11}^{(i)} \beta_{22}^{(i)} - \beta_{12}^{(i)} \beta_2^{(i)}) t_i \right] /11/$$

Сталі інтегрування A_i^* та B_i^* ($i=1,2$) знайдуться з відповідних граничних та контактних умов /6/. Граничні умови на радіальні напруження або радіальні переміщення при $z = a/b$ і $z = 1$ задамо в таких чотирьох варіантах:

$$1^\circ \sigma_z^{(1)}\left(\frac{a}{b}\right) = -p_1 \text{ і } \sigma_z^{(2)}(1) = -p_2; \quad 2^\circ u_z^{(1)}\left(\frac{a}{b}\right) = \varepsilon_1 \text{ і } u_z^{(2)}(1) = -\varepsilon_2; /12/ \\ 3^\circ \sigma_z^{(1)}\left(\frac{a}{b}\right) = -p_1 \text{ і } u_z^{(2)}(1) = -\varepsilon_2; \quad 4^\circ u_z^{(1)}\left(\frac{a}{b}\right) = \varepsilon_1 \text{ і } \sigma_z^{(2)}(1) = -p_2.$$

Зробивши відповідні обчислення, отримаємо два варіанти граничних умов.

Перший варіант граничних умов:

$$A_1^* = (\Omega_1^{(1)}(a))^{-1} (\eta_1^{(1)} \alpha_2^*(c) - \eta_2^{(1)} \alpha_2^*(a)),$$

$$B_1^* = (\Omega_1^{(1)}(a))^{-1} (\eta_2^{(1)} \alpha_1^*(a) - \eta_1^{(1)} \alpha_1^*(c));$$

/13/

$$\begin{aligned} A_2^* &= (\Omega_1^{(2)}(\delta))^{-1} (\eta_2^{(2)} \xi_2^*(c) - \eta_1^{(2)} \xi_2^*(1)), \\ B_2^* &= (\Omega_1^{(2)}(\delta))^{-1} (\eta_1^{(2)} \xi_1^*(1) - \eta_2^{(2)} \xi_1^*(c)), \end{aligned} \quad /14/$$

де

$$\begin{aligned} \Omega_1^{(i)}(z) &= \chi_1^{(i)} \chi_2^{(i)} (z^{-k_1-1} c^{k_1-1} - z^{k_1-1} c^{-k_1-1}); \\ \Omega_2^{(i)}(z) &= -(\chi_2^{(i)} z^{k_1} c^{-k_1-i} + \chi_1^{(i)} c^{k_1-1} z^{-k_1}). \end{aligned} \quad /15/$$

Тут при $i=1: z=a$ при $i=2: z=b$.

$$\alpha_n^*(z) = (-1)^{n+1} \delta^{((-1)^n k_1)} \chi_n^{(1)} z^{((-1)^{n+1} k_1 - 1)}, \text{ де } n=1,2; z=a,c.$$

$$\begin{aligned} \xi_1^*(1) &= \delta^{-1} \chi_1^{(2)}; \quad \xi_1^*(c) = \chi_1^{(2)} \delta^{-k_2} c^{k_2-1}; \\ \xi_2^*(1) &= -\delta^{-1} \chi_2^{(2)}; \quad \xi_2^*(c) = -\delta^{k_2} c^{-k_2-1} \chi_2^{(2)}; \end{aligned}$$

$$\eta_1^{(1)} = -p_1 Y_1^{(1)} + Y_2^{(1)} (c_1 \ln \frac{a}{\delta} + d_1); \quad \eta_1^{(2)} = -p_1 Y_1^{(2)} + Y_2^{(2)} (c_2 \ln \frac{c}{\delta} + d_2);$$

$$\begin{aligned} \eta_2^{(1)} &= -p_2 Y_1^{(1)} + Y_2^{(1)} (c_1 \ln \frac{c}{\delta} + d_1) + \\ &\quad + \delta^{k_1} c^{-k_1-1} B_1(\frac{c}{\delta}) \chi_2^{(1)} - \delta^{-k_1} c^{k_1-1} A_1(\frac{c}{\delta}) \chi_1^{(1)}; \\ \eta_2^{(2)} &= -p_2 Y_1^{(2)} + d_2 Y_2^{(2)} + \frac{1}{\delta} (B_2(1) \chi_2^{(2)} - A_2(1) \chi_1^{(2)}). \end{aligned}$$

У цих формулах:

$$\chi_n^{(i)} = k_i \beta_{22}^{(i)} + (-1)^n \beta_{12}^{(i)}; \quad (i=1,2; n=1,2).$$

$$Y_1^{(i)} = \beta_{11}^{(i)} \beta_{22}^{(i)} - (\beta_{12}^{(i)})^2; \quad Y_2^{(i)} = \beta_1^{(i)} \beta_{22}^{(i)} - \beta_{12}^{(i)} \beta_2^{(i)}.$$

Другий варіант граничних умов:

$$\begin{aligned} A_1^* &= (\Omega_2^{(1)}(a))^{-1} (\epsilon_1 \alpha_2^*(c) - \eta_2^{(1)} \delta^{k_1} a^{-k_1}); \\ B_1^* &= (\Omega_2^{(1)}(a))^{-1} (\eta_2^{(1)} \delta^{-k_1} a^{k_1} - \alpha_1^*(c) \epsilon_1); \end{aligned} \quad /16/$$

$$\begin{aligned} A_2^* &= -(\Omega_2^{(2)}(b))^{-1} ((\epsilon_2 + A_2(1) + B_2(1)) \xi_2^*(c) + \eta_1^{(2)}); \\ B_2^* &= (\Omega_2^{(2)}(b))^{-1} ((\epsilon_2 + A_2(1) + B_2(1)) \xi_1^*(c) + \eta_1^{(2)}). \end{aligned} \quad /17/$$

Що стосується третього та четвертого варіантів граничних умов, то в цих випадках значення коефіцієнтів A_1^*, B_1^* беремо відповідно з першого та другого варіантів, а значення A_2^*, B_2^* - з другого та першого варіантів.

Зауважимо, що у нас залишився ще не визначеним тиск p між контактними циліндрами. Його визначимо з умови рівності нормальних переміщень $u_2^{(1)}(c/\delta) = u_2^{(2)}(c/\delta)$ для кожного з чотирьох варіантів граничних умов. Проробивши відповідні викладки, отримаємо формули, у яких залежно від варіанта граничних умов $k=1...4$ беремо такі значення для i та j :

$$(k, i, j): (1, 1, 1) \quad (2, 2, 2) \quad (3, 1, 2) \quad (4, 2, 1).$$

$$p_k = \frac{V_1^{(i)} \Delta_1^{(i)} + V_2^{(j)} \Delta_2^{(j)} + T_{1c} t_1^* + T_{2c} t_2^*}{Y_1^{(1)} \theta_{i1}(a) (\Omega_i^{(1)}(a))^{-1} - Y_1^{(2)} \theta_{j2}(1) (\Omega_j^{(2)}(b))^{-1} + \omega c f \phi} \quad /18/$$

$$\Delta \theta \quad \varphi = M_1 I_2 + N_1 I_1 - (M_1 Z_{12} + N_1 Z_{11}) \theta_{i1}(a) (\Omega_i^{(1)}(a))^{-1} + q_j^{(1)} + q_j^{(2)} + q_i^{(3)};$$

$$\Delta_n^{(1)} = p_n; \quad \Delta_n^{(2)} = \varepsilon_n;$$

$$V_1^{(1)} = Y_1^{(1)} \theta_{11}(c) (\Omega_1^{(1)}(a))^{-1}; \quad V_2^{(1)} = -Y_1^{(2)} \theta_{12}(c) (\Omega_1^{(2)}(b))^{-1};$$

$$V_1^{(2)} = -\theta_{11}(c) (\Omega_2^{(1)}(a))^{-1}; \quad V_2^{(2)} = -\theta_{12}(c) (\Omega_2^{(2)}(b))^{-1};$$

$$t_1^* = (L_1 Z_{12} - h S_1 Z_{11} F^{-1}) \theta_{i1}(a) (\Omega_i^{(1)}(a))^{-1} - (L_2 - h S_2 F^{-1} \ln \frac{c}{b}) Y_2^{(2)} \times \\ \times \theta_{j2}(1) (\Omega_j^{(2)}(b))^{-1} + h S_1 I_1 F^{-1} - L_1 I_2 + \varphi_j^{(1)} + \varphi_i^{(2)} + \varphi_j^{(3)};$$

$$t_2^* = (L_2 - 1 - h S_2 F^{-1} \ln \frac{c}{b}) Y_2^{(2)} \theta_{j2}(1) (\Omega_j^{(2)}(b))^{-1} + (L_1 - 1) I_2 - h S_1 I_1 F^{-1} + \\ + \mu_j^{(1)} + \mu_i^{(2)} + \mu_i^{(3)} + \mu_j^{(4)};$$

$$\theta_{11}(z) = \alpha_2^*(z) c^{k_1} b^{-k_1} - \alpha_1^*(z) c^{-k_1} b^{k_1};$$

$$\theta_{12}(1) = \xi_2^*(1) c^{k_2} b^{-k_2} - \xi_1^*(1);$$

$$\theta_{12}(c) = \xi_2^*(c) c^{k_2} b^{-k_2} - \xi_1^*(c) c^{-k_2} b^{k_2};$$

$$\theta_{21} = c^{k_1} a^{-k_1} - a^{k_1} c^{-k_1}; \quad \theta_{22} = c^{k_2} b^{-k_2} - b^{k_2} c^{-k_2};$$

$$I_1 = E_-^{(1)}(c, a) \varphi_-^{(1)} + O_-^{(1)} \chi_-^{(1)} + E_+^{(1)}(c, a) \varphi_+^{(1)} + O_+^{(1)} \chi_+^{(1)};$$

$$I_2 = E_-^{(1)}(c, a) \chi_-^{(1)} + E_+^{(1)}(c, a) \chi_+^{(1)};$$

$$q_1^{(1)} = 0; \quad q_2^{(2)} = 0; \quad q_2^{(3)} = 0;$$

$$q_2^{(1)} = (\theta_{12}(c) J_2 M_2 + (M_2 - N_2 \ln \frac{c}{b}) Y_2^{(2)} \theta_{22} - J_1 N_2 \theta_{12}(c) (\Omega_2^{(2)}(b))^{-1};$$

$$q_1^{(2)} = ((M_2 - N_2 \ln \frac{c}{b}) Y_2^{(2)} \theta_{12}(1) - (M_2 Z_{22} - N_2 Z_{21}) \theta_{12}(c) (\Omega_1^{(2)}(b))^{-1};$$

$$q_1^{(3)} = ((M_1 + N_1 \ln \frac{a}{b}) Y_2^{(1)} \theta_{11}(c) (\Omega_1^{(1)}(a))^{-1};$$

$$\begin{aligned}
Z_{11} &= Y_2^{(1)} \ln \frac{c}{b} + c^{-1} X_2^{(1)} [E_+^{(1)}(c, a) \varphi_+^{(1)} + O_+^{(1)} x_+^{(1)}] - \\
&\quad - c^{-1} X_1^{(1)} [E_-^{(1)}(c, a) \varphi_-^{(1)} + O_-^{(1)} x_-^{(1)}]; \\
Z_{12} &= Y_2^{(1)} + c^{-1} [X_2^{(1)} E_+^{(1)}(c, a) x_+^{(1)} - X_1^{(1)} E_-^{(1)}(c, a) x_-^{(1)}]; \\
Z_{22} &= Y_2^{(2)} + b^{-1} [X_2^{(2)} E_+^{(2)}(b, c) x_+^{(2)} - X_1^{(2)} E_-^{(2)}(b, c) x_-^{(2)}]; \\
Z_{21} &= b^{-1} X_2^{(2)} [E_+^{(2)}(b, c) \varphi_+^{(2)} - x_+^{(2)} b^{-k_2} c^{k_2+1} \ln \frac{c}{b}] - \\
&\quad - b^{-1} X_1^{(2)} [E_-^{(2)}(b, c) \varphi_-^{(2)} - x_-^{(2)} b^{k_2} c^{-k_2+1} \ln \frac{c}{b}]; \\
\psi_1^{(1)} &= 0; \psi_2^{(2)} = 0; \psi_2^{(3)} = 0; \psi_2^{(4)} = (h S_2 J_1 F^{-1} - L_2 J_2) \theta_{12}(c) (\Omega_2^{(2)}(b))^{-1}; \\
\psi_1^{(2)} &= -Y_2^{(1)} \theta_{11}(c) (L_1 - h S_1 F^{-1} \ln \frac{a}{b}) (\Omega_1^{(1)}(a))^{-1}; \\
\psi_1^{(3)} &= (Z_{22} L_2 - Z_{21} h S_2 F^{-1}) \theta_{12}(c) (\Omega_1^{(2)}(b))^{-1}; \\
\mu_2^{(1)} &= 0; \mu_1^{(2)} = 0; \mu_2^{(3)} = 0; \mu_1^{(4)} = 0; \\
\mu_1^{(1)} &= ((1 - L_2) Z_{22} + Z_{21} h S_2 F^{-1}) \theta_{12}(c) (\Omega_1^{(2)}(b))^{-1}; \\
\mu_2^{(2)} &= ((1 - L_1) Z_{12} + Z_{11} h S_1 F^{-1}) \theta_{21}(a) (\Omega_2^{(1)}(a))^{-1}; \\
\mu_1^{(3)} &= [((1 - L_1) Z_{12} + Z_{11} h S_1 F^{-1}) \theta_{11}(a) - (1 - L_1 + h S_1 F^{-1} \ln \frac{a}{b}) Y_2^{(1)} \theta_{11}(c)] \times \\
&\quad \times (\Omega_1^{(2)}(a))^{-1}; \\
\mu_2^{(4)} &= -(h S_2 J_1 F^{-1} + (1 - L_2) J_2) \theta_{12}(c) (\Omega_2^{(2)}(b))^{-1}; \\
J_1 &= \varphi_-^{(2)} E_-^{(2)}(b, c) - c \ln \frac{c}{b} [x_-^{(2)} c^{-k_2} b^{k_2} + x_+^{(2)} c^{k_2} b^{-k_2}] + \varphi_+^{(2)} E_+^{(2)}(b, c); \\
J_2 &= x_-^{(2)} E_-^{(2)}(b, c) + x_+^{(2)} E_+^{(2)}(b, c); \\
O_{\pm}^{(i)} &= c^{\mp k_i} (c^{1 \pm k_i} \ln \frac{c}{b} - a^{1 \pm k_i} \ln \frac{a}{b}); E_{\pm}^{(i)}(z, z_1) = z^{\mp k_i} (z^{1 \pm k_i} - z_1^{1 \pm k_i}).
\end{aligned}$$

Отже, тиск p між контактуючими циліндрами визначається за формулою /18/ з урахуванням всіх вище наведених формул.

І. У з д а л е в А.И., Некоторые задачи теплоупругости анизотропного тела. Саратов, 1967. 167 с. 2. П о л с т р и - г а ч Я.С., К о л я н о Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. К., 1972. 308 с.

Стаття надійшла до редколегії 05.II.93