УДК 536.648:517.68

П.С.Сеньо, М.П.Дивак, Г.М.Гладій, П.С.Венгерський

ІНТЕРВАЛЬНІ МОДЕЛІ В МЕДИКО-ЕКОЛОГІЧНОМУ ПРОГНОЗУВАННІ

Стан здоров"я людини залежить від багатьох факторів: екологічних, соціальних, демографічних тощо.

Позначимо: x_{ik} – істотність впливу i-го фактора в k-му році на здоров"я населення конкретного територіального району /вплив заданий ваговим коефіцієнтом/; y_k – кількість захворювань певного виду /скажімо, серцево-судинних/ протягом k-го року серед населення району.

Враховуючи точність діагнозів, можна розрахувати максимальну абсолютну похибку Δy_k при визначенні y_k. Тоді дані, отримані від дільничих лікарів шляхом аналізу соціально-екологічної ситуації та діагностування хворих, можна подати в інтервальній формі:

$$\vec{x}_k,\ [y_k^-,\ y_k^+],\ k=1,2,\dots,N; \qquad /1/$$

де $\vec{x}_k=(x_{k1},\dots,x_{ki},\dots,x_{kn})$,

$$y_k^-=y_k-\Delta y_k,\quad y_k^+=y_k+\Delta y_k.$$

При цьому істинна кількість захворювань y_{0k} протягом k-го року належить відомому інтервалу $[y_k^-, y_k^+]$.

Сукупний вплив факторів на кількість захворювань $y(\vec{x})$ заданого виду зручно описати інтервальною моделлю у вигляді лінійно-параметризованого рівняння [2]:

$$y(\vec{x})=\vec{\varphi}^{\,T}(\vec{x})\,\vec{b}, \qquad /2/$$

де $\varphi^T(\vec{x})=(\varphi_1(\vec{x}),\dots,\varphi_m(\vec{x}))$ – відомий вектор базисних функцій; $\vec{b}=(b_1,\dots,b_m)^T$ – невідомий вектор параметрів моделі; $\vec{x}$ – відомий вектор факторів істотності впливу на здоров"я населення.

Із праці [2] випливає, що інтервальною моделлю медико-екологічного прогнозу є будь-яка функція вигляду /2/, що задовольняє інтервальні дані /1/, тобто

$$y_k^-(\vec{x}_k)\le\vec{\varphi}^{\,T}(\vec{x}_k)\,\vec{b}\le y_k^+(\vec{x}_k),\ k=1,2,\dots,N. \qquad /3/$$

Очевидно, що система нерівностей /3/ лінійна відносно вектора $\vec{b}$. Розв"язком системи /3/ є область значень параметрів

$\vec{b}$ інтервальної моделі. Зі системи рівнянь випливає, що область Ω в просторі параметрів $\vec{b}$ є опуклим багатогранником.

У випадку великої кількості нерівностей у системі /3/ аналіз області Ω істотно ускладнюється. Тому зручно скористатися деякими наближеннями області Ω, приміром у вигляді описаного паралелепіпеда:

$$\Pi = \left\{ \vec{b} \in R^m : b_i^- \leqslant b_i \leqslant b_i^+ ,\ \ i = 1, 2, \ldots, m \right\} \qquad /4/$$

з гранями, паралельними осям b_i. При цьому b_i^- і b_i^+ шукаємо шляхом розв"язання відповідних задач лінійного програмування:

$$b_i^- = \min_{\vec{b} \in \Omega} b_i , \qquad /5/$$

$$b_i^+ = \max_{\vec{b} \in \Omega} b_i . \qquad /6/$$

Модель прогнозу для даного випадку набирає вигляду

$$[\hat{y}^-(\vec{x}), \hat{y}^+(\vec{x})] = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) [\vec{b}^-, \vec{b}^+],$$

де $\hat{y}^-(\vec{x})$, $\hat{y}^+(\vec{x})$ – відповідно нижня та верхня оцінки кількості захворювань; $\vec{b}^-$ і $\vec{b}^+$ – вектори, компонентами яких є розв"язки задач /5/ і /6/.

У загальному випадку межі коридору прогнозу $[\hat{y}^-(x), \hat{y}^+(x)]$, побудовані на основі області Ω, є не достатньо гладкими функціями:

$$\hat{y}^-(\vec{x}) = \min_{\vec{b} \in \Omega} \varphi^T(\vec{x}) \vec{b} ; \qquad /7/$$

$$\hat{y}^+(\vec{x}) = \max_{\vec{b} \in \Omega} \varphi^T(\vec{x}) \vec{b} , \qquad /8/$$

що не завжди зручно на практиці. Для уникнення цієї незручності у випадку $N = m$ можна використати таке твердження.

<u>Твердження.</u> Для $N = m$ навколо багатогранника Ω можна описати еліпсоїд:

$$Q_m = \left\{ \vec{b} \in R^m : (\vec{b} - \bar{\vec{b}})^T \Phi^T E^{-2} \Phi (\vec{b} - \bar{\vec{b}}) = m \right\}, \qquad /9/$$

що проходить через усі вершини багатогранника Ω з центром ваги

$$\bar{\vec{b}} = \Phi^{-1} \bar{\vec{y}} ,$$

де $\bar{\vec{y}} = \frac{1}{2}(y_1^- + y_1^+, y_2^- + y_2^+, \ldots, y_N^- + y_N^+)$.

Центр ваги збігається з центром симетрії Ω.

У виразі /9/ $\Phi = \{\varphi_j(\vec{x}_k), j = 1, \ldots, m; k = 1, \ldots, N\}$ – матриця значень базисних функцій розмірності $N \times m$; E – відома матриця інтервальних похибок даних, яка має вигляд

$$E=\begin{pmatrix} \Delta y_1 & \cdots & & & 0 \\ & & \Delta y_k & & \\ 0 & & & \cdots & \Delta y_N \end{pmatrix}$$

Твердження доведене у праці /1/.

Користуючись виразом /9/, неважко показати, що межі коридору прогнозу є функціями вигляду

$$\hat{y}^-(\vec{x})=\varphi^T(\vec{x})\vec{b}-\Delta_{y(\vec{x})};$$
$$\hat{y}^+(\vec{x})=\varphi^T(\vec{x})\vec{b}+\Delta_{y(\vec{x})},$$

де

$$\Delta_{y(\vec{x})}=\sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x})(\Phi^T E^{-2}\Phi)^{-1}\varphi(\vec{x})m}.$$

Таким чином, побудована інтервальна модель дає змогу, враховуючи соціально-екологічну ситуацію в районі, спрогнозувати в будь-який момент часу гарантований інтервал кількості захворювань певного класу серед населення району.

2. Вощишин А.П., Дывак Н.П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах интервальных данных // Завод. лаб. 1993. № 1. С.56-59. 2. Voshinin A.P., Dyvak N.P., Simoff S.J. Interval methods: theory and application in design of experiments, data analysis and fitting // Design of Experiments and analysis: New Trends and Results / Edited by Letzky E.K. Moscow: ANTAL, 1993. P.10-51.

Стаття надійшла до редколегії 28.03.94

УДК 517.51

Г.Г.Цегелик, Н.В.Федчишин

ВИКОРИСТАННЯ НЕКЛАСИЧНОГО АПАРАТУ МАЖОРАНТ І ДІАГРАМ НЬЮТОНА ФУНКЦІЙ ДЛЯ ПОБУДОВИ НОВОЇ КВАДРАТУРНОЇ ФОРМУЛИ

Некласична теорія мажорант і діаграм Ньютона бере свій початок у працях /6, 7/, в яких вперше введене поняття некласичної мажоранти і діаграми Ньютона нескінченної числової послідовності, визначені необхідні та достатні умови існування діаграми Ньютона, вивчені властивості мажоранти Ньютона. Як застосування