$$E = \begin{pmatrix} \Delta y_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \Delta y_K & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & \Delta y_N \end{pmatrix}$$

Твердження доведене у праці [1].

Користуючись виразом /9/, неважко показати, що межі коридору прогнозу є функціями вигляду

$$\hat{y}^-(\vec{x}) = \varphi^T(\vec{x})\vec{b} - \Delta_{y(\vec{x})};$$

$$\hat{y}^+(\vec{x}) = \varphi^T(\vec{x})\vec{\bar{b}} + \Delta_{y(\vec{x})},$$

де

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x})(\Phi^T E^{-2} \Phi)^{-1} \varphi(\vec{x}) m}.$$

Таким чином, побудована інтервальна модель дає змогу, враховуючи соціально-екологічну ситуацію в районі, спрогнозувати в будь-який момент часу гарантований інтервал кількості захворювань певного класу серед населення району.

2. В о щ и ш и н А.П., Д ы в а к Н.П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах интервальных данных // Завод. лаб. 1993. № 1. С.56-59. 2. Voshinin A.P., Dyvak N.P., Simoff S.J. Interval methods: theory and application in design of experiments, data analysis and fitting // Design of Experiments and analysis: New Trends and Results / Edited by Letzky E.K. Moscow: ANTAL, 1993. P.10-51.

Стаття надійшла до редколегії 28.03.94

УДК 517.5Т

Г.Г.Цегелик, Н.В.Федчишин

ВИКОРИСТАННЯ НЕКЛАСИЧНОГО АПАРАТУ МАЖОРАНТ І ДІАГРАМ НЬЮТОНА ФУНКЦІЙ ДЛЯ ПОБУДОВИ НОВОЇ КВАДРАТУРНОЇ ФОРМУЛИ

Некласична теорія мажорант і діаграм Ньютона бере свій початок у працях [6, 7], в яких вперше введене поняття некласичної мажоранти і діаграми Ньютона нескінченної числової послідовності, визначені необхідні та достатні умови існування діаграми Ньютона, вивчені властивості мажоранти Ньютона. Як застосування запропонований підхід до побудови класу наближених методів пошуку інформації у файлах баз даних, що використовують характеристики діаграми Ньютона послідовності значень пошукового ключа, яким характеризуються записи файла. У працях [1, 3, 4, 5] апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона узагальнюється на функції дійсних змінних, заданих на опуклих множинах евклідового простору, а також на самі множини цього простору. У праці [8] теорія некласичних мажорант і діаграм Ньютона перенесена на функції дійсної змінної, що задані таблично. У праці [2] побудований апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона числових рядів, який використаний для визначення достатніх умов їх збіжності.

У даній роботі із використанням некласичного апарату мажорант і діаграм Ньютона функцій дійсної змінної, заданих таблично, побудована нова квадратурна формула для наближеного обчислення означених інтегралів.

Розглянемо функцію дійсної змінної $y=f(x)$, яка задана своїми значеннями в деяких точках

$$f(x_i)=y_i \quad (i=1,2,\dots,n).$$

Нехай

$$|y_i|=a_i \leq M \quad (i=1,2,\dots,n), \quad a_1 a_n \neq 0,$$

де M – деяка константа.

Точка $P_i(x_i,-\ln a_i)$ з координатами $x=x_i$, $y=-\ln a_i$ в площині xy називається точкою зображення значення функції $y=f(x)$ в точці x_i. Припустимо, що точки зображення P_i значень функції $y=f(x)$ в точках x_i $(i=1,2,\dots,n)$ у площині xy побудовані. Множину цих точок позначимо через S, а її опуклу оболонку – через $C(S)$. Для кожного $x\in[x_1,x_n]$ визначимо точку $B_x(x,\varkappa_x)$, де

$$\varkappa_x = \inf_{(x,y)\in C(S)} y.$$

Множина точок $B_x(x,\varkappa_x)$, $x\in[x_1,x_n]$, утворює лінію ϑ_f , яка обмежує $C(S)$ знизу. Ця лінія є неперервною опуклою ламаною лінією, її рівняння має вигляд

$$y=\varkappa(x), \quad x\in[x_1,x_n],$$

де $\varkappa(x)=\varkappa_x$. Ламана лінія ϑ_f , визначена на проміжку $[x_1,x_n]$, називається діаграмою Ньютона функції $y=f(x)$ на цьому проміжку [5].

Позначимо

$$\mathfrak{M}_f(x) = \exp(-\varkappa(x)), \quad x \in [x_1, x_n].$$

Функція $y = \mathfrak{M}_f(x)$, визначена на проміжку $[x_1, x_n]$, називається мажорантою Ньютона функції $y = f(x)$ на цьому проміжку [8].

Якщо точка зображення $P_i \ (i = 1, 2, \dots, n)$ розміщена у вершині $\mathcal{V}_f$, то індекс i називається вершинним, якщо ж на $\mathcal{V}_f$, то - діаграмним. Індекси $i = 1$ та $i = n$ належать до вершинних індексів.

Нехай $\{i_k\}$ $(k = 1, 2, \dots, s;\ s \le n)$ - послідовність вершинних індексів $\mathcal{V}_f$. Тоді, якщо $x_{i_{k-1}} \le x \le x_{i_k}$, то

$$\mathfrak{M}_f(x) = \left(a_{i_{k-1}}^{x_{i_k} - x} \ a_{i_k}^{x - x_{i_{k-1}}} \right)^{\frac{1}{x_{i_k} - x_{i_{k-1}}}}. \qquad /1/$$

Покажемо, як використовуючи формулу /1/, побудувати нову квадратурну формулу для наближеного обчислення означених інтегралів.

Нехай треба обчислити означений інтеграл

$$S = \int_a^b f(x)\,dx,$$

де $f(x) > 0$ для всіх $x \in [a, b]$. Замінивши на проміжку $[a, b]$ функцію $f(x)$ мажорантою Ньютона:

$$\mathfrak{M}_f(x) = \left((f(a))^{b-x} (f(b))^{x-a} \right)^{\frac{1}{b-a}},$$

одержимо

$$S = \int_a^b f(x)\,dx \approx \int_a^b \mathfrak{M}_f(x)\,dx = \int_a^b \left((f(a))^{b-x} (f(b))^{x-a} \right)^{\frac{1}{b-a}} dx.$$

Позначимо $f(a) = A$, $f(b) = B$,

$$\bar{S} = \int_a^b \left(A^{b-x} B^{x-a} \right)^{\frac{1}{b-a}} dx$$

і обчислимо $\bar{S}$. Одержимо

$$\bar{S} = (b-a) \frac{f(b) - f(a)}{\ln f(b) - \ln f(a)}.$$

Розіб"ємо тепер проміжок інтегрування $[a, b]$ на n однакових частинок завдовжки $h = (b-a)/n$ точками $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$, де $x_0 = a$, $x_n = b$, і на кожному проміжку $[x_i, x_{i+1}]$ $(i = 0, 1, \dots, n-1)$ замінимо функцію $f(x)$ мажорантою Ньютона $\mathfrak{M}_f(x)$. Одержимо

$$S=\int_a^b f(x)dx=\sum_{i=0}^{n-1}\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n-1}\int_{x_i}^{x_{i+1}} \mathcal{M}_f(x)dx.$$

Оскільки

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \mathcal{M}_f(x)dx=(x_{i+1}-x_i)\frac{f(x_{i+1})-f(x_i)}{\ln f(x_{i+1})-\ln f(x_i)},$$

то

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{f(x_1)-f(x_0)}{\ln f(x_1)-\ln f(x_0)}+\frac{f(x_2)-f(x_1)}{\ln f(x_2)-\ln f(x_1)}+\dots+\frac{f(x_n)-f(x_{n-1})}{\ln f(x_n)-\ln f(x_{n-1})}\right).$$

1. Захаревич Л.І., Цегелик Г.Г. Некласичний апарат мажорант і діаграм Ньютона функцій двох дійсних змінних, заданих на обмежених замкнутих множинах // Вісн. Львів.політехн. ін-ту "Диференціальні рівняння та їх застосування". 1991. № 251. С.46–49. 2. Захаревич Л.И., Цегелик Г.Г. Построение мажорант и диаграмм Ньютона числовых рядов // Вестн. Львов. политех.ин-та "Дифференциальные уравнения и их приложения". 1989. № 232. С.61–62. 3. Цегелик Г.Г., Захаревич Л.И. Аппарат мажорант и минорант Ньютона функций, заданных на выпуклых множествах евклидова пространства // Тез. докл. Всесоюз. шк. "Теория приближения функций". К.: Ин-т математики АН УССР. 1989. С.159. 4. Цегелик Г.Г. Мажоранты и миноранты Ньютона ограниченных замкнутых множеств евклидова пространства // Тез. сооб. XIX Всесоюз. алгебраической конф. Львов, 1987. Ч.1. С.304. 5. Цегелик Г.Г. Мажоранты и диаграммы Ньютона функций действительной переменной, заданных в промежутке // Докл. АН УССР. Сер. А. 1987. № 6. С.18–19. 6. Цегелик Г.Г. Мажоранты и диаграммы Ньютона числовых последовательностей и их приложение к поиску информации в базах данных. К., 1985. 12 с. /Препринт/АН УССР, Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова; № 85-49/. 7. Цегелик Г.Г. Организация и поиск информации в базах данных. Львов: Вища шк. 1987. 176 с. 8. Цегелик Г.Г. Теория мажорант и диаграмм Ньютона функций, заданных таблично, и ее приложение // Укр. мат. журн. 1989. Т.41. № 9. С.1273–1276.

Стаття надійшла до редколегії 10.02.94