У таблиці наведені результати порівняння $\widetilde{u}(x, t_n)$ з $F_a(x,t_n)$ при h_r = 0,025 та N_v = 64.

t x	(r,z) = /0.8, 0.8/		(r,z) = /0.9, 0.9/	
	$F_a(x,t_n)$	$\widetilde{u}(x,t_n)$	$F_a(x,t_n)$	$\widetilde{u}(x,t_n)$
0.I0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.20	0.057356	0.057843	0.000000	0.000000
0,30	0.I90703	0.I89958	0.009570	0.009I9
0.40	0.26684I	0.264665	0.II5638	0.II4925
0.50	0.277538	0.27387I	0.2044I0	0.20I67I
0.60	0.248345	0.24327I	0.235689	0.230045
0.70	0.203I58	0.I97206	0.2244I4	0.2I5740

I. Новиков И.А. Трехмерные потенциалы для телеграфного уравнения и их применение к краевым задачам теплопроводности.// Инж.-физ. журн. I979. Т. 36. № I. С. I39-I46. 2. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. К.: Наук. думка, I976. 3I0 с. 3. Справочник по специальным функциям /Под ред. Абрамовица М., Стиган М. М.: Наука, I979. 842 с.

Стаття надійшла до редколегії I5.02.95

УДК 5I9.68

М.С.Лаба, Г.Г.Цегелик

МЕТОД /m+I/-АРНОГО ПОШУКУ ІНФОРМАЦІЇ В УПОРЯДКОВАНИХ ПОСЛІДОВНИХ ФАЙЛАХ І ЙОГО ЕФЕКТИВНІСТЬ

У даній праці на основі розпаралелювання методу двійкового пошуку інформації в послідовних упорядкованих файлах /I/ вводиться поняття методу /m+I/-арного пошуку, орієнтованого на його використання для пошуку записів у послідовних упорядкованих файлах, що містяться в пам"яті багатопроцесорної ЕОМ, до складу якої входить m процесорів, які працюють паралельно і мають спільне поле пам"яті. За критерій ефективності приймається середня та максимальна кількість паралельних порівнянь, потрібних для пошуку запису у файлі. При цьому припускається, що послідовний файл містить N записів, які пронумеровані послідовними натуральними числами в порядку їх розміщення у файлі; K_i – значення ключа i-го запису. Для знаходження середньої та максимальної кількості паралельних порівнянь, що потрібні для пошуку запису в файлі, використовують відповідно формули [2]

$$C(N)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_m(K_i),\quad M(N)=\max_{K_i} t_m(K_i),$$

де $t_m(K_i)$ – кількість паралельних порівнянь, що потрібні для пошуку запису із значенням ключа K_i.

Нехай $j_1, j_2, j_3, \ldots, j_m$ – номери записів файла, які ділять файл на $/m+1/$ рівних /з точністю до одного запису/ частин. Першим кроком $/m+1/$-арного пошуку є перегляд i-м $/i=1,2,\ldots,m/$ процесором значення ключа запису з номером j_i. Якщо перегляд успішний, то на цьому пошук запису завершується. У разі неуспішного перегляду дальший $/m+1/$-арний пошук продовжується в одній із частин файла, який містить шуканий запис. Добір потрібної частини файла відбувається за результатами порівняння на першому кроці. Нехай $k_1, k_2, k_3, \ldots, k_m$ – номери записів файла, які ділять обрану частину файла на $m+1$ рівних /з точністю до одного запису/ частин. Тоді другим кроком $/m+1/$-арного пошуку є перегляд i-м $/i=1,2,\ldots,m/$ процесором значення ключа з номером k_i. Якщо перегляд успішний, то на цьому пошук запису завершується. У разі неуспішного перегляду, дальший $/m+1/$-арний пошук продовжується в одній із частинок обраної частини файла, яка містить шуканий запис. І т.д. Через скінченну кількість кроків шуканий запис буде знайдений.

Знайдемо максимальну кількість паралельних порівнянь, що потрібні для пошуку запису у файлі.

Зауважимо, що $/m+1/$-арний пошук еквівалентний пошуку за симетричним $/m+1/$-арному деревом. Якщо таке дерево має l рівнів, то на k-му $/k=1,2,\ldots,l-1/$ рівні міститься $m(m+1)^{k-1}$ вершин, а кількість вершин s на l-му рівні лежить у межах

$$1\le s\le m(m+1)^{l-1}.$$

Тому кількість вершин N симетричного $/m+1/$-арного дерева, яке має l рівнів, лежить у межах

$$\sum_{i=0}^{l-2} m(m+1)^i < N \le \sum_{i=0}^{l-1} m(m+1)^i,$$

або

$$(m+1)^{l-1}-1 < N \le (m+1)^l-1.$$

Нехай кількість записів файла N задовольняє умову

$$(m+1)^{l-1} \leq N < (m+1)^{l}.$$

Звідси випливає, що максимальна кількість паралельних порівнянь, потрібних для пошуку запису у файлі, лежить у межах

$$\log_{m+1} N < l \leq 1 + \log_{m+1} N.$$

Беручи до уваги, що l – ціле число, одержуємо формулу для максимальної кількості паралельних порівнянь:

$$M(N) = l = 1 + [\log_{m+1} N].$$

Знайдемо середню кількість паралельних порівнянь, що потрібні для пошуку запису у файлі. Одержуємо

$$C(N) = \frac{1}{N}\left(m\sum_{i=1}^{l-1} i(m+1)^{i-1} + l(N-((m+1)^{l-1}-1))\right).$$

Знайдемо спочатку значення виразу $q = m\sum_{i=1}^{l-1} i(m+1)^{i-1}$. Нехай $m+1 = s$, тоді

$$q = (s-1)\sum_{i=1}^{l-1} is^{i-1} = (s-1)(1+2s+3s^2+\ldots+(l-1)s^{l-2}) =$$

$$= s+2s^2+3s^3+\ldots+(l-1)s^{l-1}-1-2s-3s^2-\ldots-(l-1)s^{l-2} =$$

$$= -1-s-s^2-\ldots-s^{l-2}+(l-1)s^{l-1} = (l-1)s^{l-1} - \frac{1-s^{l-1}}{1-s} =$$

$$= \frac{1}{s-1}((l-1)s^{l} - ls^{l-1}+1).$$

Отже,

$$q = \frac{1}{m}((l-1)(m+1)^{l} - l(m+1)^{l-1}+1).$$

Тому

$$C(N) = \frac{1}{N}\left(\frac{1}{m}((l-1)(m+1)^{l} - l(m+1)^{l-1}+1) + l(N+1) - l(m+1)^{l-1}\right) =$$

$$= \frac{1}{mN}((l-1)(m+1)^{l} - l(m+1)^{l-1} + 1 + lm(N+1) - lm(m+1)^{l-1}) =$$

$$= \frac{1}{mN}((l-1)(m+1)^{l} - l(m+1)^{l} + 1 + lm(N+1)) = \frac{1}{mN}(ml(N+1)+1-(m+1)^{l}).$$

Отже,

$$C(N) = l - \frac{(m+1)^{l}-1}{mN} + \frac{l}{N}.$$

Порівнюючи ефективність /за кількістю порівнянь/ методу двійкового пошуку і методу $/m+1/$-арного пошуку, доходимо висновку, що розпаралелювання методу двійкового пошуку сприяє підвищенню ефективності приблизно в $\log_2(m+1)$ разів.

1. Цегелик Г.Г. Методы автоматической обработки информации. Львов: Вища шк. 1981. 132 с. 2. Цегелик Г.Г. Организация и поиск информации в базах данных. Львов: Вища шк. 1987. 176 с. 3. Цегелик Г.Г. Методы паралельного поиска информации в базах данных для многопроцесорных ЭВМ // Распараллеливание обработки информации: Тез. докл. 6-й Всесоюз. шк.-семинара, г.Львов, 18–23 мая 1987 г. Львов, 1987. Ч.1. С.205–206.

Стаття надійшла до редколегії 02.03.95

УДК 519.61

М.Я.Бартіш, А.І.Чипурко, С.М.Шахно

ПРО ОДНУ МОДИФІКАЦІЮ МЕТОДУ ГАУСА-НЬЮТОНА

У даній праці запропонована нова модифікація методу Гауса-Ньютона розв"язування нелінійної задачі про найменші квадрати:

$$\text{знайти } \min \tfrac{1}{2} F(x)^T F(x) = \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} f_i(x)^2, \qquad /1/$$

де $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m (m \geq n)$ – функція нев"язки, нелінійна по x; $f_i(x)$ – i-та компонента функції $F(x)$. Типовий приклад, коли виникає ця задача, – процес добору параметрів функціональної залежності за даними експерименту або статистичної вибірки, а також при розв"язуванні систем нелінійних рівнянь, в яких кількість нелінійних зв"язків перевищує кількість ступенів вільності.

Для розв"язування задачі /1/ використовують метод Ньютона [1]:

$$x_{n+1} = x_n - [J(x_n)^T J(x_n) + S(x_n)]^{-1} J(x_n)^T F(x_n), \qquad /2/$$
$$S(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x) \nabla^2 f_i(x)$$

та Гауса-Ньютона [1]:

$$x_{n+1} = x_n - [J(x_n)^T J(x_n)]^{-1} J(x_n)^T F(x_n), \qquad /3/$$

де $J(x) = F'(x)$ – матриця Якобі з елементами $J(x)_{ij} = \dfrac{\partial f_i(x)}{\partial x_j}$, $(i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n)$,
$\nabla^2 f_i(x)$ – гесіан функції f_i у точці x, $n = 0, 1, \dots$.