хім. механіка матеріалів. 1989. № 3. С. 75-78. 3. С а в р у к М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. К., Наук. думка, 1981. 324 с. 4. С а в р у к М.П., З е л е н я к В.М. Плоская задача теплопроводности и термоупругости для двух спаянных разнородных полуплоскостей с криволинейными включениями и трещинами // Фіз.-хім. механіка матеріалів. 1988. № 2. С. 23-28.

Стаття надійшла до редколегії 15.04.93

УДК 539.3

Д.Г.Хлєбніков, Р.М.Бурда, К.В.Вишневський

ТЕМПЕРАТУРНІ НАПРУЖЕННЯ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З ПРИКЛЕЄНОЮ ПЕРЕГОРОДКОЮ

Розглядається задача про напружено-деформований стан під дією заданого температурного поля тонкої циліндричної оболонки $/0 \le x \le L/$ радіуса R , всередині якої при $x = b$ приклеєна перегородка у вигляді тонкої круглої пластинки.

На контурі з'єднання пластинки, клейового прошарку та оболонки при $r = R$ справедливі геометричні умови рівності переміщень та кутів повороту оболонки $W(b)$, $W'(b)$ кільця $u_к$, $\varphi_к$ та пластинки $u(R)$, $\theta(R)$:

$$W(b) = u_к = u(R), \quad W'(b) = \varphi_к = -\theta(R). \qquad /1/$$

Осесиметричний напружено-деформований стан циліндричної оболонки з вільними краями описується рівнянням [1, 3] щодо прогину оболонки W :

$$\frac{d^4 W}{dx^4} + 4 \cdot \beta^4 \cdot W = \frac{1}{D} \cdot \left[q(x) + q_T(x)\right] \qquad /2/$$

та умовами

$$W''(0) = W''(L) = 0, \quad W'''(0) = W(L) = 0, \qquad /3/$$

де

$$q(x) = P_0 \cdot \delta(x - b) + M_0 \cdot \delta'(x - b); \qquad /4/$$

$$q_T(x) = \frac{2 \cdot E \cdot h \cdot \alpha \cdot T}{R} + \frac{D \cdot (1+\nu) \cdot \alpha}{2 \cdot h} \cdot \frac{d^2(\Delta T)}{dx^2}; \qquad /5/$$

$$D = \frac{2 \cdot E \cdot h^3}{3 \cdot (1 - \nu^2)}; \qquad \beta^4 = \frac{3 \cdot (1 - \nu^2)}{4 \cdot R^2 \cdot h^2}. \qquad /6/$$

Тут P_0, M_0 – невідомі зусилля та момент, що діють з боку клейового прошарку на оболонку; $\delta(u)$ – дельта-функція Дірака; $2 \cdot h$ – товщина оболонки; $T, \Delta T$ – температура її серединної поверхні та перепад температури по товщині; E, ν, α – пружні сталі та коефіцієнт температурного розширення матеріалу оболонки. У подальших формулах ці величини для пластинки та клейового прошарку мають індекси "п" та "к".

Розв"язок крайової задачі /2/-/3/ має вигляд

$$W(x)=C_0K_0(\beta x)+\frac{1}{\beta}C_1K_1(\beta x)+\frac{1}{\mathcal{D}\beta^3}\left[P_0K_3(\beta(x-b))+M_0\cdot\beta\cdot K_2(\beta(x-b))\right]+W_{0T}, \qquad /7/$$

де

$$W_{0T}(x)=\frac{1}{\mathcal{D}\cdot\beta^3}\int^{x}K_3(\beta(x-s))\cdot q_T(s)\,ds; \qquad /8/$$

$$C_0=\frac{1}{4\beta^3\Delta\cdot\mathcal{D}}\Big[P_0\left[K_1(\beta(L-b))K_2(\beta L)-K_0(\beta(L-b))K_3(\beta L)\right]+$$
$$+M_0\cdot\beta\left[K_0(\beta(L-b))K_2(\beta L)+4K_3(\beta(L-b))K_3(\beta L)\right]\Big]+ \qquad /9/$$
$$+\frac{1}{4\beta^3\Delta}\left[W''_{0T}(L)\cdot\beta\cdot K_2(\beta L)-W'''_{0T}(L)\cdot K_3(\beta L)\right];$$

$$C_1=\frac{1}{4\beta^2\Delta\cdot\mathcal{D}}\Big[P_0\left[K_0(\beta(L-b))K_2(\beta L)-K_1(\beta(L-b))K_1(\beta L)\right]-$$
$$-M_0\cdot\beta\left[K_0(\beta(L-b))K_1(\beta L)+4\cdot K_3(\beta(L-b))K_2(\beta L)\right]\Big]+$$
$$+\frac{1}{4\beta^2\Delta}\left[W'''_{0T}(L)K_2(\beta L)-W''_{0T}(L)\cdot\beta\cdot K_1(\beta L)\right]$$

$$\Delta=K_2^2(\beta L)-K_1(\beta L)\cdot K_3(\beta L); \qquad /10/$$

$K_i(u)$ – функції Крилова [1].

При $\beta\cdot L>4$ /довга оболонка/ слід користуватись формулами, які одержуються з /9/ при $L\to\infty$:

$$C_0=\frac{e^{-\beta b}}{2\beta^3\mathcal{D}}\left[P_0\cdot\cos\beta b+M_0\cdot\beta\cdot(\sin\beta b+\cos\beta b)\right]+$$
$$+\frac{1}{2\beta^3\mathcal{D}}\int_0^{\infty}e^{-\beta s}\cdot\cos\beta s\cdot q_T(s)\,ds, \qquad /11/$$
$$C_1=\frac{e^{-\beta b}}{2\beta^2\mathcal{D}}\left[P_0\cdot(\sin\beta b-\cos\beta b)-2\cdot M_0\cdot\beta\cdot\cos\beta b\right]+$$
$$+\frac{1}{2b^2\mathcal{D}}\int_0^{\infty}e^{-\beta s}\cdot(\sin\beta s-\cos\beta s)\cdot q_T(s)\,ds.$$

Величини $u(R)$ та $\theta(R)$ з /1/ знаходимо, розв"язуючи рівняння розтягу та згину тонкої круглої пластинки [2] за умов

$$\sigma_r(R)=-\frac{P_к}{h_п}, \qquad M_r(R)=-M_к, \qquad /12/$$

що дає

$$uR=-P_к\cdot\frac{1-\nu_п}{E_п\cdot h_п}\cdot R+\frac{2}{R}\int_0^R\alpha_п\cdot T_п\cdot r\,dr; \qquad /13/$$

$$\theta(R)=\frac{M_\kappa\cdot R}{(1+\nu_п)\cdot\mathcal{D}_п}+\frac{2}{\mathcal{D}_п R(1+\nu_п)}\int_0^R S_T\cdot r\,dr, \qquad /I4/$$

де
$$S_T=\frac{E_п\cdot\alpha_п\cdot h_п^2}{3\cdot(1-\nu_п)}\cdot\Delta T_п.$$

У формулах /I3/, /I4/ P_κ і M_κ – розподілені по колу зусилля та момент, що діє з боку клею на пластинку.

Клейовий прошарок розглядається як тонке пружне кільце, що перебуває у рівновазі під дією зусиль P_o, P_κ та моментів M_o, M_κ, що діють на нього з боку оболонки та пластинки. Тоді, враховуючи [4] та умови /I/, для величин u_κ та φ_κ маємо /Δ_κ – радіальна ширина прошарку/:

$$u_\kappa=-\frac{(1-\nu_п)R\cdot P_o}{E_п\cdot(1+\gamma)\cdot h_п}+\frac{1}{1+\gamma}\left[\frac{2}{R}\cdot\int_0^R\alpha_п\cdot T_п\cdot\rho\,d\rho+\gamma\cdot\alpha_\kappa\cdot T_\kappa\cdot R\right]; \qquad /I5/$$

$$\varphi_\kappa=-\frac{R\cdot M_o}{\mathcal{D}_п\cdot(1+\nu_п)\cdot(1+\gamma)}-\frac{2}{R\cdot\mathcal{D}_п\cdot(1+\nu_п)\cdot(1+\gamma)}\int_0^R S_T\cdot\rho\,d\rho-$$

$$-\frac{\gamma\cdot\alpha_п\cdot\Delta T_\kappa\cdot R}{2\cdot h_п\cdot(1+\gamma)}, \qquad \gamma=(1-\nu_п)\cdot\frac{\Delta_\kappa}{R}\cdot\frac{E_\kappa}{E_п}. \qquad /I6/$$

Величини P_o та M_o знаходимо тепер з умов /I/ на основі /7/, /I5/, /I6/. Після підстановки їх значень у /7/, /9/ за відомими формулами [1,3] обчислюємо прогини та напруження, що виникають в розглядуваному приладі.

У випадку можливого крихкого руйнування, наприклад, якщо складові приладу виготовлені зі скла, розрахунковими є кільцеві σ_θ напруження в оболонці при $x=b$, які для сталої температури $T=T_o$ мають вигляд

$$\sigma_\theta(b)=\frac{\delta_{pw}+\dfrac{\nu\sqrt{3}}{2\cdot\sqrt{1-\nu^2}}\cdot\delta_{pm}}{\delta_{pw}\cdot(1+\gamma)+\dfrac{1-\nu_п}{\omega}}\cdot E\cdot T_o\cdot\left[\alpha_п-\alpha+\gamma\cdot(\alpha_\kappa-\alpha)\right], \qquad /I7/$$

де для довгої оболонки

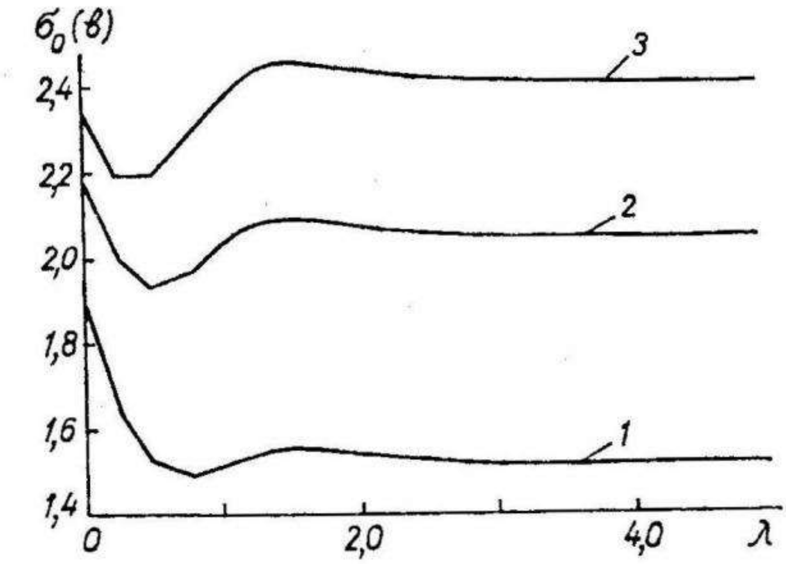
$$\delta_{pw}=\frac{1}{8}\left[1+e^{-2\cdot\lambda}\cdot(2+\cos 2\lambda-\sin 2\lambda)\right]; \qquad /I8/$$

$$\delta_{pm}=\frac{1}{4}\cdot\left[1-e^{-2\cdot\lambda}\cdot(\sin 2\lambda+\cos 2\lambda)\right], \qquad /I9/$$

а безрозмірні параметри позначені

$$\lambda = \beta \cdot b, \quad \omega = \frac{h_п \cdot E_п}{R \cdot D \cdot \beta^3} = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{E_п \cdot h_п}{E \cdot h} \sqrt{\frac{R}{h}}. \qquad /20/$$

Із формули /Г7/ бачимо, що з метою зниження рівня напружень складові розглядуваного приладу слід брати з коефіцієнтами температурного лінійного розширення, що є однаковими або мало різняться між собою. На рисунку зображена залежність $\sigma_в(b)$ від параметра λ. Розрахунки виконані за таких значень вхідних величин



$h = h_п = 1$ мм, $E = 6 \cdot 10^4$ МПа, $E_п = 7 \cdot 10^4$ МПа, $\alpha = 1 \cdot 10^{-6}$ град$^{-1}$ $\alpha_п = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ град$^{-1}$, $\Delta_к = 0$, $\nu = \nu_п = 0{,}3$, $R = 15$ мм. Криві 1–3 одержані для значень ω, що дорівнюють 3, 5, 7 відповідно. Із графіків бачимо, що, обираючи належним чином місце розташування перегородки, можна істотно /до 20 %/ знизити рівень максимальних напружень.

1. Биргер И.А., Шорр Б.Ф. Термопрочность деталей машин. М: Машиностроение, 1975. 455 с. 2. Демьянушко И.В. Биргер И.А. Расчет на прочность вращающихся дисков. М: Машиностроение, 1978. 248 с. 3. Підстригач Я.С., Ярема С.Я. Температурні напруження в оболонках. К., 1961. 212 с. 4. Шереметьев М.П., Ярема С.Я., Хлебников Д.Г. Подбор оптимальной формы круглого металло-стеклянного кинескопа //Научн. записки ин-та машиноведения и автоматики. Вып.7. Вопросы машиноведения и прочности в машиностроении. К., 1961. С. 96–109.

Стаття надійшла до редколегії 20.04.94