Покажемо, що $-u(x,t) \le V(x,t;x_0,t_0,R)$ на $P \cap Q$. Для цього зробимо в рівнянні /1/ $(f=0)$ та умові /2/ заміну $w=-u$ і приймемо позначення $\bar{c}(x,t,w)=-c(x,t,-w)$. У результаті отримаємо задачу, цілком аналогічну вихідній задачі; для неї справедливі умови /A/, /B/, /C/. Отже, як вище показано, $w(x,t) \le V(x,t;x_0,t_0,R)$ на $Q \cap P$. Звідси і з попереднього випливає нерівність

$$|u(x,t)| \le V(x,t;x_0,t_0,R) \text{ на } Q \cap P. \qquad /6/$$

Тепер приймемо в /6/ $x=x_0, t=t_0$ і перейдемо до границі при $R \longrightarrow +\infty$. Одержимо $u(x_0,t_0)=0$. Оскільки точка (x_0,t_0) довільна, то $u \equiv 0$ в Q. Теорема доведена.

1. Бокало М.М. О единственности решений краевых задач для некоторых почти линейных параболических уравнений в неограниченных областях //Нелинейн. гранич. задачи. 1992. № 4. С.12-18. 2. Олейник О.А., Радкевич Е.Ф. Аналитичность и теоремы типа Лиувилля и Фрагмена-Линделефа для общих параболических систем дифференциальных уравнений //Функц. анализ и его прилож. 1974. Т.8. № 4. С. 59-70. 3. Халлаев М.Х. Некоторые теоремы типа Фрагмена-Линделефа для решений полулинейных параболических неравенств //Мат. заметки. 1990. Т. 48. № 3. С. 151-153.

Стаття надійшла до редколегії 24.11.94

УДК 511.364

Я.М.Холявка

СУМІСНЕ НАБЛИЖЕННЯ ЧИСЕЛ, ЗВ"ЯЗАНИХ З $\wp(z)$ ТА $sn(z)$*

Нехай $\wp(z)$ - еліптична функція Вейєрштрасса, g_2, g_3 - її інваріанти, $2\omega, 2\omega_1$ - деяка фіксована пара основних періодів. Відомо [1], що існує еліптична функція Якобі $sn\,z$ для якої $4K=4\omega$, $2iK'=2\omega_1$ є основними періодами. Позначимо через $\varkappa$ модуль $sn\,z$, $\xi_0,\ldots,\xi_6$ - наближаючі алгебричні числа, n_i та L_i - їхні степені та довжини, $n=deg\,Q(\xi_0,\ldots,\xi_6)$. У нашій роботі наведена схема доведення оцінки сумісного наближення алгебричними числами деяких чисел, зв"язаних з еліптичними функціями Якобі та Вейєрштрасса.

Теорема. Нехай $\beta \in \mathbb{C}$, β відрізняється від полюсів $\wp$ та $sn\,z$,

* Ця робота частково підтримана Міжнародною Соросівською програмою підтримки освіти в галузі точних наук /грант № APU 051106/.

$$P = n\left[\ln n + \sum_{i=0}^{4} n_i^{-1} \ln L_i + \min(n_5, n_6)(1 + n_5^{-1} \ln L_5 + n_6^{-1} \ln L_6)\right].$$

Тоді виконується така оцінка

$$|\omega - \xi_0| + |\omega_1 - \xi_1| + |\varkappa - \xi_2| + |\beta - \xi_3| + |\wp(\beta)\,\mathrm{sn}\,\beta - \xi_4| + |g_2 - \xi_5| + |g_3 - \xi_6| > \exp(-\Lambda P^3),$$

де Λ – деяка ефективна стала.

Доведення цієї теореми грунтується на другому методі Гельфонда [2], в якому параметри та допоміжну функцію обирають таким чином :

$$K = \lambda^4 P^2, \quad L = \lambda^2 P, \quad N = \lambda P, \quad S = \lambda^3 P,$$

$$f(z) = \sum_{k=0}^{K} \sum_{l=0}^{L} C_{k,l}\, z^k (\wp(z)\,\mathrm{sn}\, z)^l,$$

$$C_{k,l} = \sum_{\tau=1}^{n} C_{k,l,\tau} \zeta_\tau, \quad C_{k,l,\tau} \in N,$$

де $\zeta_1, \ldots, \zeta_n$ – твірні елементи поля $\mathbb{Q}(\xi_0, \ldots, \xi_6)$; λ – достатньо велике натуральне число. В основній лемі методу Гельфонда нулі допоміжної функції доводяться до λN, що суперечить теоремі про нулі для функцій цього виду. Отримане протиріччя доводить теорему.

Зауважимо, що подібну оцінку тим самим методом можна отримати також для інших еліптичних функцій Якобі.

І. Гурвиц А., Курант Р. Теория функций. М., 1968.
2. Фельдман Н.И. Седьмая проблема Гильберта. М., 1982.

Стаття надійшла до редколегії 21.02.95