

УДК 539.3 : 538.54

**ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ І НАПРУЖЕННЯ В МАГНІТОМ'ЯКИХ
ТІЛАХ ПІД ЧАС НАСКРІЗНОГО ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ**

О. Р. Гачкевич, О. М. Дзюбачик, М. Т. Солодяк

A. R. Gachkevich, O. M. Dziubachyk, M. T. Solodyak. Temperature fields and stresses in magnetically soft solids by throughout induction heating. The calculation model of determination of electromagnetic, temperature, and mechanical fields in magnetically soft solids subjected to external harmonic magnetic field of industrial frequency is proposed. The solution of nonlinear problem we search in the form of power series of parametr, inverted to the depth of electromagnetic field penetration. The analysis of numerical investigations for technically pure iron is realized.

Проблема побудови раціональних режимів термообробки виробів за допомогою електромагнітних полів пов'язана з розробкою математичних моделей опису взаємопов'язаних електромагнітних, теплових і механічних процесів в тілах з різними фізичними властивостями матеріалу [1]. У цьому випадку для електропровідних неферомагнітних тіл (лінійних середовищ) в усталених полях радіочастотного діапазону одержують неklasичні задачі математичної фізики, які потребують спеціальної процедури побудови розв'язків для конкретних тіл [2,3].

Ми запропонували розрахункову модель для визначення електромагнітного, температурного і механічних полів у магнітом'яких феромагнітних тілах (нелінійних середовищах), які містяться в зовнішньому періодичному за часом електромагнітному полі промислової частоти, заданому на поверхні (S) тіла значенням напруженості магнітного поля

$$\vec{H}^{(0)}(\vec{r}_0; t) = \vec{H}_0 \cos \omega t, \quad (1)$$

де $\vec{r}_0$ — радіус-вектор точки поверхні, яку розглядаємо; ω — кругова частота, t — час; $\vec{H}_0$ — амплітуда напруженості магнітного поля.

До магнітом'яких віднесемо тіла, які практично не мають гістерезисної кривої намагнічення і нелінійна залежність між індукцією і напруженістю магнітного поля зображається основною кривою намагнічення [4,5].

1991 *Mathematics Subject Classification*. Primary 35K50; Secondary 35K60.

Робота виконана за часткової фінансової підтримки Міжнародного Наукового Фонду та Уряду України (Грант NUCJ 200).

Взаємозв'язок електромагнітного поля з температурним і механічним відбувається через джоулеве тепло і пондеромоторну силу, усереднених за періодом коливань електромагнітного поля. В такому наближенні розрахункова схема зводиться до послідовного розв'язування рівнянь електродинаміки феромагнітних середовищ (перший етап) і незв'язаної задачі квазістатичної термопружності при знайдених джерелах тепла і об'ємних силах, а також заданих граничних і початкових умовах (другий етап). Модель є узагальненням відомої з літератури моделі для неферомагнітних тіл [2,3].

Розглянемо феромагнітні матеріали, для яких вектор індукції $\vec{B}$ є паралельним до вектора напруженості $\vec{H}$ магнітного поля [4], тобто

$$\vec{B} = B(H)\vec{e}_H. \quad (2)$$

Тут $\vec{e}_H = \vec{H}/H$ — одиничний орт у напрямку вектора $\vec{H}$; H і B — проекції векторів $\vec{H}$ і $\vec{B}$ на додатний напрям вектора $\vec{H}$.

Нелінійну залежність $B(H)$, характерну для магнітом'якого матеріалу [5], апроксимуємо основною кривою намагнічування, яку вибираємо у формі Дрейфуса [6]

$$B(H) = \mu_0 H + \beta \arctg \alpha H, \quad (3)$$

де $\beta = \frac{2}{\pi} B_S$, $\alpha = (\mu - 1)\mu_0\beta^{-1}$, μ_0 — магнітна стала, μ — початкова відносна магнітна проникність матеріалу, B_S — індукція насичення.

Зауважимо, що при $\mu < 100$ і $H_0 \leq 10^3$ А/м величина $\alpha H_0 < 1$. Тоді з (3) отримаємо відому лінійну залежність між B і H :

$$B(H) = \mu\mu_0 H,$$

яку широко використовують під час дослідження електромагнітних полів в електротехнічних пристроях [1,2,5].

З рівнянь Максвелла для визначення вектора напруженості $\vec{H}$ одержимо таку систему нелінійних рівнянь [7]:

$$\Delta \vec{H} - \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) = \sigma_* \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (4)$$

де σ_* — коефіцієнт електропровідності; Δ і $\vec{\nabla}$ — оператори Лапласа і Гамільтона відповідно.

Якщо визначені напруженість $\vec{H}$ і індукція $\vec{B}$ магнітного поля, то усереднені за періодом T_* коливань електромагнітної хвилі джоулеве тепло і пондеромоторна сила (що характеризують теплову і силову дії електромагнітного поля на феромагнітне тіло) відповідно будуть [8–10] такі:

$$Q = \frac{1}{\sigma_* T_*} \int_0^{T_*} dt (\vec{\nabla} \times \vec{H})^2, \quad (5)$$

$$\vec{F} = \frac{1}{T_*} \int_0^{T_*} dt \left[(\vec{\nabla} \times \vec{H}) \times \vec{B} + (\vec{M} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \vec{M} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \right], \quad (6)$$

де $\vec{M} = \vec{B}/\mu_0 - \vec{H}$ — вектор намагніченості.

При відомих тепловиділеннях (5) температуру T тіла будемо визначати з класичного рівняння теплопровідності [11]

$$\Delta T + \frac{Q}{\lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

для початкової

$$T(\vec{r}; 0) = 0 \quad (8)$$

і граничної умови

$$\frac{\partial T}{\partial n} + LT = 0, \quad (9)$$

яка відповідає наявності конвективного теплообміну тіла із зовнішнім середовищем [12]. Тут T — відхилення температури від початкової T_0 ; $\partial T / \partial n = (\vec{\nabla} T) \cdot \vec{n}$, L — коефіцієнт тепловіддачі з поверхні; λ і a — коефіцієнти теплопровідності і температуропровідності відповідно.

Тензор напружень $\hat{\sigma}$ визначаємо з системи рівнянь незв'язаної квазістатичної задачі термопружності [3]

$$\vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{F} = 0, \\ \text{Ink} \left[(1 + \nu) \hat{\sigma} + (\alpha_t E T - \nu \text{Sp } \hat{\sigma}) \vec{I} \right] = 0, \quad (10)$$

де $\text{Sp } \hat{\sigma}$ — слід тензора напружень, $\vec{I}$ — одиничний тензор, Ink — оператор несумісності [13], α_t — лінійний коефіцієнт температурного розширення, E — модуль пружності, ν — коефіцієнт Пуассона.

Перейдемо до безрозмірних величин

$$\tau = \omega t, \quad \vec{\nabla}_1 = l \vec{\nabla}, \quad \Delta_1 = l^2 \Delta, \quad h = \frac{H}{H_0}, \quad b = \frac{B}{\mu_0 H_0}. \quad (11)$$

Тоді систему вихідних рівнянь (4) перепишемо так:

$$\Delta_1 \vec{h} - \vec{\nabla}_1 (\vec{\nabla}_1 \cdot \vec{h}) = \gamma \frac{\partial \vec{b}}{\partial \tau}, \quad \vec{\nabla}_1 \cdot \vec{b} = 0. \quad (12)$$

У цьому випадку залежність (3) набуде вигляду

$$b(h) = h + \frac{\mu - 1}{\sqrt{\varepsilon}} \arctg \sqrt{\varepsilon} h, \quad (13)$$

де $\varepsilon = (\alpha H_0)^2$ — параметр нелінійності; $\gamma = \sigma_* \mu_0 \omega l^2$, $\delta = \sqrt{2/\gamma}$ — величина, що характеризує глибину проникання магнітного поля; l — характерний розмір тіла.

Для промислової частоти $\omega = 100\pi \Gamma\text{ц}$ отримаємо

$$\gamma = 4\pi^2 \cdot 10^{-5} \sigma_* l^2.$$

Для металічних феромагнетиків $\sigma_* = (10^6 \div 10^7) A/B \cdot \text{м}$ [14,15]. Тому при $l < (0,50 \div 0,16) \cdot 10^{-2} \text{м}$ (листові електротехнічні сталі) будемо мати

$$\gamma \leq 10^{-2} \ll 1, \quad (\delta \gg 1). \quad (14)$$

Для феритів $\sigma_* = (0,2 \cdot 10^5 \div 10^8) A/B \cdot \text{м}$. Тоді умова (14) виконується при $l < (3,56 \cdot 10^{-2} \div 0,50) \text{м}$. Зауважимо, що умова (14) відповідає випадку, коли глибина проникання електромагнітного поля в тіло значно перевищує характерний розмір тіла (наскрізний індукційний нагрів). Обмежимося надалі розглядом цього випадку.

Розв'язок нелінійної задачі (1),(12)–(13) шукаємо у вигляді асимптотичного ряду за параметром γ . В першому наближенні ($\gamma = 0$) періодичний в часі розв'язок даної задачі буде [16]

$$\vec{H}(\vec{r}; t) = H_0 \left[\vec{h}(\vec{r}) e^{i\omega t} + \vec{h}^*(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right], \quad (15)$$

$$\vec{B}(\vec{r}; t) = \mu_0 H_0 \sum_{k=0}^{\infty} \left[\vec{b}_{2k+1}(\vec{r}) e^{i(2k+1)\omega t} + \vec{b}_{2k+1}^*(\vec{r}) e^{-i(2k+1)\omega t} \right]. \quad (16)$$

Тут і надалі зірочкою зверху позначено комплексно спряжені величини. Зауважимо, що відсутність парних гармонік індукції магнітного поля пов'язана з непарністю функції $B(H)$.

Підставляючи зображення (15)–(16) у співвідношення (1)–(4), одержимо таке рівняння для функції $\vec{h}(\vec{r})$:

$$\Delta \vec{h} - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{h} \right) = 0 \quad (17)$$

при граничній

$$\vec{h}(\vec{r}_0) = \frac{1}{2} \vec{e}_h \quad (18)$$

і додатковій

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{b}_{2k+1} = 0 \quad (19)$$

умовах. У цьому випадку залежність $B(H)$ має вигляд

$$\vec{B}(H) = \mu_0 H_0 \left[\vec{h}(\vec{r}) e^{i\tau} + \vec{h}^*(\vec{r}) e^{-i\tau} + \frac{\mu - 1}{\sqrt{\varepsilon}} \operatorname{arctg} \sqrt{\varepsilon} (\vec{h}(\vec{r}) e^{i\tau} + \vec{h}^*(\vec{r}) e^{-i\tau}) \right], \quad (20)$$

а коефіцієнти $\vec{b}_{2k+1}$ і їхні амплітуди

$$b_{2k+1}(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\tau e^{-i(2k+1)\tau} b(\vec{r}; \tau), \quad (21)$$

$$\langle b_{2k+1}(\vec{r}) \rangle = 2\sqrt{\vec{b}_{2k+1}(\vec{r}) \cdot \vec{b}_{2k+1}^*(\vec{r})}. \quad (22)$$

Використовуючи теорію лишків, отримаємо

$$\langle b_{2k+1} \rangle = \langle h \rangle \sqrt{A_k \delta_{k0} + \left[\frac{2(\mu-1)\varepsilon^k}{(2k+1) \langle h \rangle} C_0^{2k+1} \right]^2}, \quad (23)$$

де

$$C_0 = \frac{\langle h \rangle}{1 + \sqrt{1 + \varepsilon \langle h \rangle^2}},$$

$$A_k = 1 + \frac{(\mu-1)(-\varepsilon)^k}{(2k+1)} \left(\frac{2}{1 + \sqrt{1 + \varepsilon \langle h \rangle^2}} \right)^{2k+1} (h^{2k} + h^{*2k}),$$

$\langle h(\vec{r}) \rangle$ — амплітуда основної гармоніки напруженості магнітного поля; δ_{k0} — символ Кронекера-Капеллі.

При $\mu \gg 1$ [5,6,14] формула (23) набуде вигляду

$$\langle b_{2k+1}(\vec{r}) \rangle = \frac{2\mu\varepsilon^k}{2k+1} \left(\frac{\langle h(\vec{r}) \rangle}{1 + \sqrt{1 + \varepsilon \langle h(\vec{r}) \rangle^2}} \right)^{2k+1}. \quad (24)$$

З урахуванням граничної умови (18) отримаємо

$$\langle h_0(\vec{r}_0) \rangle = 1, \quad (25)$$

$$\langle b_{2k+1}(\vec{r}_0) \rangle = \frac{2\mu\varepsilon^k}{(2k+1) (1 + \sqrt{1 + \varepsilon})^{2k+1}}. \quad (26)$$

У цьому випадку

$$\frac{\langle b_{2k+1}(\vec{r}_0) \rangle}{\langle b_{2k-1}(\vec{r}_0) \rangle} = \frac{2k-1}{2k+1} \frac{\varepsilon}{[1 + \sqrt{1 + \varepsilon}]^2} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{2k-1}{2k+1}. \quad (27)$$

Підставляючи зображення (15) і (16) у формули (5) і (6), отримаємо такі вирази для усереднених джоулевого тепла і пондеромоторної сили:

$$Q = \frac{2H_0^2}{\sigma_*} (\vec{\nabla} \times \vec{h}) \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{h}^*), \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \vec{F} = \mu_0 H_0^2 & \left[(\vec{\nabla} \times \vec{h}) \times \vec{b}_{2k+1}^* + (\vec{\nabla} \times \vec{h}^*) \times \vec{b}_{2k+1} + (\vec{m}_{2k+1} \cdot \vec{\nabla}) \vec{b}_{2k+1}^* + \right. \\ & \left. + (\vec{m}_{2k+1}^* \cdot \vec{\nabla}) \vec{b}_{2k+1} + \vec{m}_{2k+1} \times (\vec{\nabla} \times \vec{b}_{2k+1}^*) + \vec{m}_{2k+1}^* \times (\vec{\nabla} \times \vec{b}_{2k+1}) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

де $\vec{m}_{2k+1}(\vec{r}) = \vec{b}_{2k+1}(\vec{r}) - h(\vec{r})\delta_{k0}$.

Аналогічно визначаємо вирази для джоулевого тепла і пондеромоторної сили в таких наближеннях.

Структура виразів (28), (29) дає змогу визначити температуру і компоненти напружень з відповідних задач (7)–(10) з використанням відомих методів розв'язування задач квазістатичної термопружності.

Для прикладу розглянемо магнітом'який шар товщиною l , який є жорстко скріплений з діелектричним півпростором (уздовж поверхні $z = 1$). Шар перебуває в зовнішньому електромагнітному полі, яке задане вектором напруженості магнітного поля на поверхні $z = 0$, що дорівнює $\vec{H}^{(0)}(0; \tau) = \{0; H_0 \cos \omega t; 0\}$. Тут z – безрозмірна координата (віднесена до l розмірної).

Будемо вважати, що на верхній основі шару відбувається конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем, температура якого дорівнює початковій температурі T_0 шару, а нижня основа теплоізована. Приймемо також, що основа шару $z = 0$ вільна від силового навантаження.

Система рівнянь електродинаміки (12) для відмінної від нуля складової напруженості магнітного поля $H_y = H(z; t)$ в наближенні наскрізного індукційного нагріву матиме вигляд

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0. \quad (30)$$

З урахуванням співвідношення (1), а також відповідних умов спряження при $z = 1$, отримуємо такі граничні умови на поверхнях шару [16]

$$H(0; t) = H_0 \cos \omega t, \quad H(1; t) = 0. \quad (31)$$

Тоді періодичний розв'язок задачі (30)–(31) містить основну (першу) гармоніку. У цьому випадку амплітуда має вигляд

$$h(z) = \frac{1}{2}(1 - z), \quad \langle h(z) \rangle = 1 - z. \quad (32)$$

Аналогічно з формул (16), (23) для індукції магнітного поля будемо мати

$$b_{2k+1}(z) = \frac{1}{2}(1 - z) \left[\delta_{k0} + \frac{2(\mu - 1)(-\varepsilon)^k}{2k + 1} \frac{(1 - z)^{2k}}{(1 + \sqrt{1 + \varepsilon(1 - z)^2})^{2k+1}} \right], \quad (33)$$

$$\langle b_{2k+1}(z) \rangle = (1 - z) \left[\delta_{k0} + \frac{2(\mu - 1)\varepsilon^k(1 - z)^{2k}}{(2k + 1)[1 + \sqrt{1 + \varepsilon(1 - z)^2}]^{2k+1}} \right]. \quad (34)$$

Зі співвідношень (28) і (29), врахувавши формули (32)–(33), отримуємо такі вирази для джоулевого тепла і пондеромоторної сили:

$$Q(z) = \frac{H_0^2}{2\sigma_* l^2}, \quad (35)$$

$$F(z) = \frac{1}{l} \frac{\partial \Phi(z)}{\partial z}, \quad \Phi(z) = \mu_0 H_0^2 \left\{ \frac{(1 - z)^2}{4} \left[\frac{4(\mu - 1)^2}{(1 + \sqrt{1 + \varepsilon(1 - z)^2})} - 1 \right] + \right.$$

$$+(\mu-1)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon^k (1-z)^{2k+1}}{(2k+1)(1+\sqrt{1+\varepsilon(1-z)^2})^{2k+1}} \right]^2 \Bigg\}. \quad (36)$$

Зі співвідношень (7)–(9) для шару, який розглядаємо, прийдемо до задачі

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{l^2 Q}{\lambda} - \frac{\partial T}{\partial \tau_*}, \quad (37)$$

$$T(z; 0) = 0, \quad (38)$$

$$\frac{\partial T(0; \tau_*)}{\partial z} - Bi \cdot T(0; \tau_*) = 0, \quad \frac{\partial T(1; \tau_*)}{\partial z} = 0, \quad (39)$$

де $Bi = Ll$ — критерій Біо, $\tau_* = at/l^2$ — критерій Фур'є, а $Q(z)$ задається формулою (30).

Використавши перетворення Лапласа за часом τ_* , отримаємо

$$T(z; \tau_*) = \frac{H_0^2}{2\sigma_* \lambda} \left[\frac{1}{Bi} + z - \frac{z^2}{2} - 2Bi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \nu_n (1-z) e^{-\nu_n^2 \tau_*}}{\nu_n^2 [Bi(1+Bi) + \nu_n^2] \cos \nu_n} \right]. \quad (40)$$

Тут ν_n — корені трансцендентного рівняння

$$Bi \cos \nu_n = \nu_n \sin \nu_n. \quad (41)$$

Систему рівнянь термопружності (10) для цього випадку ($u_x = u_y = 0$) запишемо у вигляді

$$\frac{\partial(\sigma_{zz} + \Phi)}{\partial z} = 0, \quad (42)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{1}{1-\nu} (\nu \sigma_{zz} - \alpha_t ET), \quad (43)$$

для граничної умови

$$\sigma_{zz}(0; t) = 0. \quad (44)$$

Тут σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} — компоненти нормальних напружень у напрямі осей x , y і z .

Розв'язок задачі (42), (44) буде

$$\sigma_{zz}(z) = \Phi(z) - \Phi(0), \quad (45)$$

де вираз для функції $\Phi(z)$ задається формулою (36).

Наведені результати досліджень для технічно чистого заліза при характеристиках матеріалу [4–6, 14, 16]

$$\mu = 251, \quad B_S = 2,07 T\text{л}, \quad \sigma_* = 1,03 \cdot 10^7 A/B \cdot \text{м},$$

$$\lambda = 0,74 \cdot 10^2 Bm/\text{м} \cdot K, \quad a = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{м}^2/c, \quad \alpha_t = 0,12 \cdot 10^{-4} 1/K,$$

$$E = 0,20 \cdot 10^{12} \text{ Н/м}^2, \quad \nu = 0,28, \quad Bi = 0,2.$$

Розрахунки виконувались для двох значень амплітуди напруженості магнітного поля на поверхні $H_0 = 10^4 \text{ А/м}$ і $H_0 = 10^5 \text{ А/м}$ (відповідно криві 1 і 2).

На рис.1 показано розподіл першої (темні криві) і третьої (світлі криві) гармонік амплітуди індукції магнітного поля. Як видно з графіків, розподіл амплітуди першої гармоніки має доволі глибокий характер порівняно з амплітудою напруженості магнітного поля. Величина самої індукції є пропорційна до H_0 . Амплітуди третьої гармоніки мають більш виражений приповерхневий характер і становлять не більше 30% порівняно з першою. Амплітуди п'ятої і вище гармонік

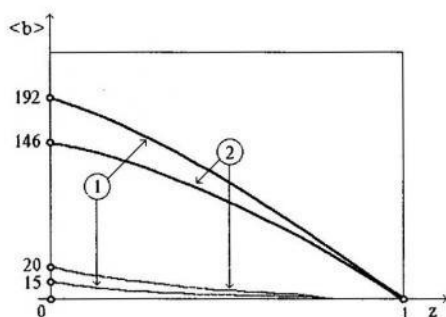


Рис. 1

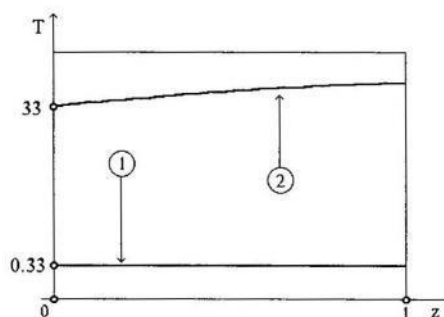


Рис. 2

на рисунку не показані, оскільки вони малі порівняно з аналогічними для першої.

Розподіл температури в усталеному режимі $\tau_* \rightarrow \infty$ показано на рис.2. Як видно з графіка, у цьому випадку розподіл температури має рівномірний характер. При $H_0 = 10^4 \text{ А/м}$ досягається максимальне значення температури $T = 0.36 \text{ К}$ (при $H_0 = 10^5 \text{ А/м}$ — $T = 36.08 \text{ К}$).

Аналіз результатів досліджень свідчить, що силовими напруженнями можна знехтувати порівняно з температурами. Характер розподілу температурних напружень за даних умов закріплення повторює розподіл температури.

1. Слухоцкий А.Е., Немков В.С., Павлов Н.А., Бамунер А.В. Установки индукционного нагрева.— Л.: Энергоиздат, 1981.— 325 с.
2. Родигин Н.М. Индукционный нагрев стальных изделий токами нормальной частоты.— М.: Металургиздат, 1950.— 248 с.
3. Подстригач Я.С., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Чернявская Л.В. Термоупругость электропроводных тел.— К.: Наукова думка, 1977.— 248 с.
4. Бурак Я.И., Гачкевич О.Р., Солодяк М.Т. Термопружність електропровідних магнетом'яких тіл в зовнішніх усталених електромагнітних полях // Доп. АН УРСР. Сер. А.— 1987.— N2.— С.43–47.
5. Преображенский А.А. Магнитные материалы и элементы.— М.: Высш. шк., 1976.— 336 с.
6. Колесников П.М. Введение в нелинейную электродинамику.— Минск: Наука и техника, 1971.— 384 с.

7. Тамм Н.Е. Основы теории электричества.— М.: Наука, 1976.— 616 с.
8. Де Грот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика.— М.: Мир, 1964.— 456 с.
9. Hutter K. *Wave propagation and attenuation in paramagnetic soft ferromagnetic materials* // I. - Int. J. Eng. Sci. - 1975.- Vol.13, N12. - P.1067-1084.
10. Pao Y.-H., Geh C.-S. *A linear theory for soft ferromagnetic elastic solids* // Int. J. Eng. Sci.- 1973. - Vol.11, N4. - P.415-436.
11. Коваленко А.Д. Термоупругость.— К.: Вища шк., 1975.— 216 с.
12. Коваленко А.Д. Избранные труды.— К.: Наукова думка, 1976.— 764 с.
13. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей.— К.: Техніка, 1974.— 352 с.
14. Мишин Д.Д. Магнитные материалы.— М.: Высш. шк., 1981.— 355 с.
15. Дружинин В.В. Магнитные свойства электротехнической стали.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1962.— 320 с.
16. Солодяк М.Т. *Плоская несвязанная задача магнитотермоупругости для магнитотвердого слоя* // Мат. методы и физ.-мех. поля.— 1993. - Вып. 30.— С.63-69.

Стаття надійшла до редколегії 20.06.96