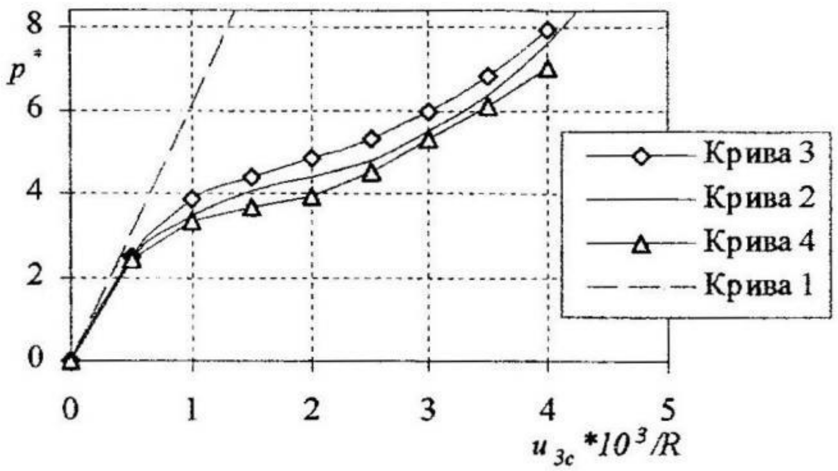


Рис. 1

1. Вагін П.П., Іванова Н.В. Нелінійне деформування багатошарових оболонок. / Львів. ун-т. – Львів, 1996. – 27 с. – Деп. в УкрІНТЕІ 20.12.96 N 285 Ук96. 2. Григоренко Я.М. Некоторые подходы к численному решению линейных и нелинейных задач теории оболочек в классической и уточненной постановках. // Прикладная механика, 1996, – т.32. – № 6, – с.3-40. 3. Рикардс Р. Б. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с. 4. Chang T.Y., Sawamiphakdi K. Large deformation analysis of laminated shells by finite element method. // Computers and Structures. – 1981. – Vol. 13. – p. 331-340. 5. Noor A.K. Resent advances reduction methods for nonlinear problems. // Computers and Structures. – 1981. – Vol. 13. – p. 31-44.

Стаття надійшла до редколегії 14.10.97

УДК 519.68

Х.С. Дороцька, Г.Г. Цегелик

Побудова та аналіз оптимальних стратегій пошуку інформації в послідовних файлах для різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів

Розглядається побудова та аналіз оптимальних стратегій різних варіантів пошуку інформації в послідовних файлах, що містяться в зовнішній пам'яті ЕОМ, для різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів. При цьому за варіанти пошуку беруться: а) послідовне читання блоків записів в основну пам'ять і їх послідовний перегляд; б) послідовний перегляд записів блоку, який попередньо локалізований шляхом читання блоків в основну пам'ять і перегляду їх останніх записів; в) послідовний перегляд записів блоку, який попередньо локалізований шляхом перегляду останніх записів блоків в зовнішній пам'яті. Серед законів розподілу ймовірностей звертання до записів розглядаються: рівномірний і "бінарний" розподіли, закон Зіпфа та узагальнений розподіл (частковим випадком якого є правило "80-20"). В роботі приводяться тільки основні результати досліджень, які є продовженням досліджень, розглянутих в [1-12,14-16]. Всі виведення, розрахунки та інша цікава інформація знаходиться в [13].

Розглянемо послідовний впорядкований файл, який знаходиться в зовнішній пам'яті ЕОМ. Припустимо, що файл містить N записів, які розбиті на n блоків по m записів у кожному. Нехай $a=b+dm$ – час читання блоку записів в основну пам'ять, де b, d – деякі константи; t і t_1 – час перегляду запису відповідно в основній і зовнішній пам'яті ($t_1=t+b+d$); p_i -ймовірність звертання до i-го запису файла; E – математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку запису в файлі.

Для кожного варіанту пошуку і кожного розподілу ймовірностей звертання до записів знайдемо явний вираз для математичного сподівання і визначимо значення параметрів, при яких математичне сподівання досягає мінімуму. Після цього приведемо порівняльний аналіз ефективності варіантів пошуку для розглянутих законів розподілу ймовірностей звертання до записів.

1. Нехай пошук записів в файлі здійснюється шляхом послідовного читання блоків записів в основну пам'ять і їх послідовного перегляду. Тоді математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку запису в файлі, виразиться формулою

$$E=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(ai+\left((i-1)m+j\right)t\right)p_{(i-1)m+j}\,.$$

У випадку рівномірного закону розподілу ймовірностей звертання до записів

$$E=\frac{1}{2}\left((n+1)a+(mn+1)t\right)\,.$$

Функція E досягає мінімуму при $m=\sqrt{\dfrac{Nb}{d}}$, $n=\sqrt{\dfrac{Nd}{b}}$.

Якщо ймовірності звертання до записів задовольняють "бінарний" закон розподілу, тобто [13]

$$p_i=\frac{1}{2^i}\ (i=1,2,\dots,N-1)\,,\qquad p_N=\frac{1}{2^{N-1}}\,,$$

то [13]

$$E=\left(\frac{2^m}{2^m-1}a+2t\right)\left(1-2^{-N}\right).$$

Для обчислення значення параметра m, при якому функція E досягає мінімуму, маємо рівняння

$$2^m=1+\left(\frac{b}{d}+m\right)\ln 2\,.$$

Нехай ймовірності звертання до записів розподілені за законом Зіпфа, тобто

$$p_i=\frac{1}{iH_N}\ (i=1,2,\dots,N)\,,\quad H_N=\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k}\,.$$

Тоді [13]

$$E=\frac{1}{H_N}\left((n+1)H_N-S_m(n)\right)(a+mt)+$$

$$+\frac{1}{H_N}\left(\left(\frac{1}{n}S_m(n)-H_N+1\right)N-mH_N\right)t\,,$$

$$S_m(n)=\sum_{i=1}^{n}H_{im}\,.$$

Використовуючи апроксимацію $S_m(n)$ функцією $\overline{S}_m(n)$, де

$$\overline{S}_m(n)=n(H_N-1)+\frac{1}{2}\ln n+c_1\,,\qquad c_1=\frac{1}{2}\ln 2\pi\,,\tag{1}$$

для визначення значення параметра n, при якому функція E досягає мінімуму, отримуємо таке рівняння

$$(2n-1)n=\frac{Nd}{b}\left(2H_N-2c_1+1-\ln n\right)\,.$$

Якщо розподіл ймовірностей звертання до записів задовольняє узагальнений закон розподілу, тобто

$$p_i = \frac{1}{i^c H_N^{(c)}}\ (i = 1,2,\ldots,N)\ ,\ 0 < c < 1\ ,\ H_N^{(c)} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{k^c}\ ,$$

то [13]

$$E = \frac{1}{H_N^{(c)}}\Big((n+1)H_N^{(c)} - S_m^{(c)}(n)\Big)(a+mt) +$$

$$+\frac{1}{H_N^{(c)}}\Big(H_N^{(c-1)} + mS_m^{(c)}(n) - NH_N^{(c)} - mH_N^{(c)}\Big)t\ ,$$

$$S_m^{(c)}(n) = \sum_{i=1}^{n} H_{im}^{(c)}\ .$$

Використовуючи апроксимацію $S_m^{(c)}(n)$ функцією $\overline{S}_m^{(c)}(n)$, де

$$\overline{S}_m^{(c)}(n) = nH_N^{(c)} + \frac{N^{1-c}}{1-c}\left(\frac{c-1}{2-c}n + \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{1-c}}\right), \qquad (2)$$

$$\alpha^{(c)}(n) = H_n^{(c-1)} - \frac{1}{2-c}n^{2-c}\ ,$$

для наближеного визначення значення параметра n, при якому функція E досягає мінімуму, одержуємо рівняння

$$n^{3-c} + (2-c)\left(n + \frac{2-c}{1-c}\frac{d}{b}N\right)\alpha^{(c)}(n) =$$

$$= (2-c)\frac{d}{b}N^c n^{1-c} H_N{}^{(c)} + \frac{2-c}{1-c}n\left(n + \frac{d}{b}N\right)\Big(\alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)\Big).$$

2. Якщо використовується варіант пошуку б), то математичне сподівання виразиться формулою

$$E = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(a+t)ip_{(i-1)m+j} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} jtp_{(i-1)m+j}\ .$$

У випадку рівномірного закону розподілу ймовірностей звертання до записів

$$E = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{N}{m}+1\right)\Big(b + dm + t\Big) + \Big(m+1\Big)t\right)\ ,$$

а мінімальне значення функція E досягає при

$$m=\sqrt{\frac{(t+b)\mathrm{N}}{t+d}}\ ,\quad n=\sqrt{\frac{(t+d)\mathrm{N}}{t+b}}\ .$$

Якщо ймовірності звертання до записів задовольняють "бінарний" закон розподілу, то [13]

$$E=\frac{mt}{2^N}+\left(\frac{2^m}{2^m-1}(a+t)+\left(2-\frac{m}{2^m-1}\right)t\right)\left(1-2^{-N}\right)\ .$$

Для визначення значення параметра m, при якому функція E досягає мінімуму, одержуємо рівняння

$$2^m=1+\left(\frac{b}{d}+m\right)\ln 2-\frac{t}{d}\left((m-1)\ln 2+2^{-m}-1\right)\ .$$

Нехай ймовірності звертання до записів розподілені за законом Зіпфа. Тоді [13]

$$E=\frac{1}{H_N}\left((n+1)H_N-S_m(n)\right)(a+t)+\frac{t}{H_N}\left(\frac{1}{n}S_m(n)-H_N+1\right)N\ .$$

Використовуючи (1), для визначення значення параметра n, при якому функція E досягає мінімуму, отримуємо таке рівняння

$$(2n-1)n=\frac{Nd}{b}\left(2H_N-2c_1+1-\ln n\right)\ .$$

Якщо розподіл ймовірностей звертання до записів задовольняє узагальнений закон розподілу, то [13]

$$E=\frac{1}{H_N{}^{(c)}}\left(\left((n+1)H_N{}^{(c)}-S_m{}^{(c)}(n)\right)(a+t)+\left(H_N^{(c-1)}+mS_m{}^{(c)}(n)-NH_N{}^{(c)}\right)t\right).$$

Використовуючи (2), для наближеного визначення значення параметра n, при якому функція E досягає мінімуму, одержуємо таке рівняння

$$n^{3-c}+(2-c)\left(n+\frac{2-c}{1-c}\frac{d-t}{b+t}N\right)\alpha^{(c)}(n)=$$

$$=(2-c)\frac{d}{b+t}N^c n^{1-c}H_N{}^{(c)}+\frac{2-c}{1-c}n\left(n+\frac{d-t}{b+t}N\right)\left(\alpha^{(c)}(n+1)-\alpha^{(c)}(n)\right).$$

3. Припустимо, що розглядається варіант пошуку в). Тоді математичне сподівання виразиться формулою

$$E=a+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}it_1p_{(i-1)m+j}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}jtp_{(i-1)m+j}\ .$$

У випадку рівномірного закону розподілу ймовірностей звертання до записів

$$E = b + dm + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{N}{m}+1\right)t_1 + (m+1)t\right),$$

а мінімальне значення E досягає при

$$m = \sqrt{\frac{t_1 N}{2d+t}}, \qquad n = \sqrt{\frac{(2d+t)N}{t_1}}.$$

Якщо ймовірності звертання до записів задовольняють "бінарний" закон розподілу, то [13]

$$E = b + dm + \left(\frac{2^m}{2^m-1}t_1 + \left(2 - \frac{m}{2^m-1}\right)t\right)\left(1-2^{-N}\right) + \frac{mt}{2^N}.$$

Для визначення значення параметра m, при якому функція E досягає мінімуму, одержуємо рівняння

$$\frac{\left(2^m-1\right)^2}{2^m} = \left(\frac{t_1}{t}\ln 2 + 1 - m\ln 2 - 2^{-m}\right)\frac{t}{d}.$$

Нехай ймовірності звертання до записів розподілені за законом Зіпфа. Тоді [13]

$$E = b + dm + \frac{1}{H_N}\left(\left((n+1)H_N - S_m(n)\right)t_1 + \left(mS_m(n) - N\left(H_N-1\right)\right)t\right).$$

Використовуючи (1), для обчислення значення параметра n, при якому функція E досягає мінімуму, одержуємо рівняння

$$(2n-1)n = N\left(\frac{d}{t_1}2H_N + \frac{t}{t_1}\left(2c_1 - 1 + \ln n\right)\right).$$

Якщо розподіл ймовірностей звертання до записів задовольняє узагальнений закон розподілу, то [13]

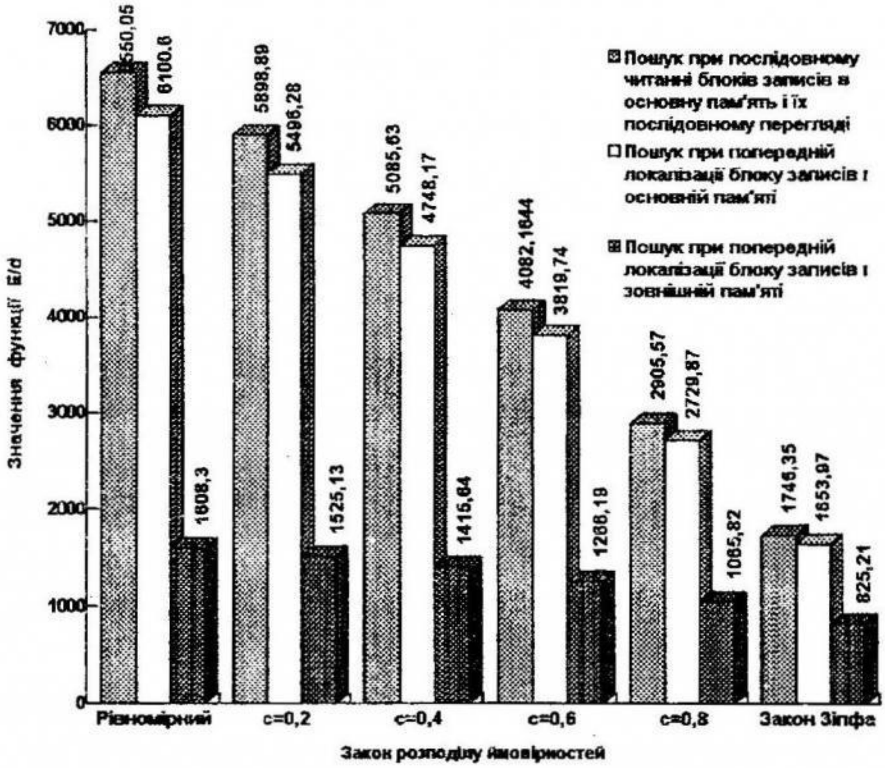
$$E = b + dm + \frac{t_1}{H_N^{(c)}}\left((n+1)H_N^{(c)} - S_m^{(c)}(n)\right) +$$

$$+ \frac{t}{H_N^{(c)}}\left(mS_m^{(c)}(n) - NH_N^{(c)} + H_N^{(c-1)}\right).$$

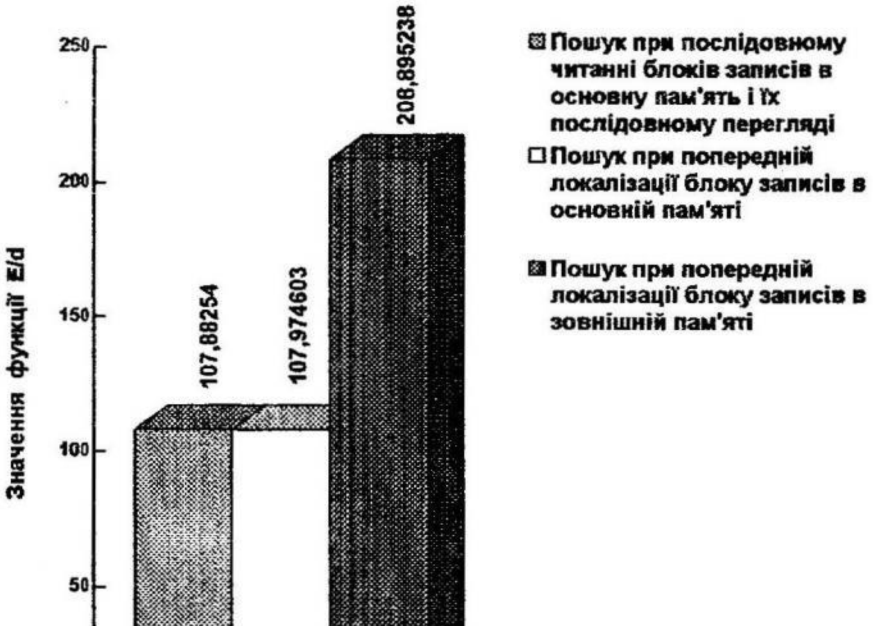
Використовуючи (2), для наближеного визначення значення параметра n, при якому функція E досягає мінімуму, отримуємо таке рівняння

$$n^{3-c} + (2-c)\left(n + \frac{2-c}{1-c}\frac{t}{t_1}N\right)\alpha^{(c)}(n) =$$

$$= (2-c)\frac{d}{t_1}N^c n^{1-c} H_N^{(c)} + \frac{2-c}{1-c}n\left(n - \frac{t}{t_1}N\right)\left(\alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)\right).$$



Діаграма 1. Оптимальні значення функції E/d для різних варіантів пошуку і різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів при N=10000 і b/d=100



Діаграма 2. Оптимальні значення функції E/d у випадку "бінарного" закону розподілу ймовірностей звертання до записів для різних варіантів пошуку і b/d=100

На діаграмах 1, 2 приведена картина залежності оптимальних значень функції *E/d* для кожного варіанту пошуку від зміни закону розподілу ймовірностей звертання до записів. На основі цієї залежності для кожного конкретного закону розподілу ймовірностей звертання до записів можна визначити свій найкращий варіант пошуку.

Використовуючи наведені діаграми, бачимо, що у випадку, коли ймовірності звертання до записів задовольняють "бінарному" розподілу, оптимальним буде варіант пошуку з послідовним читанням блоків записів в основну пам'ять і їх послідовним переглядом. Для решти законів розподілу найкращим варіантом пошуку буде варіант з попередньою локалізацією блоку записів в зовнішній пам'яті.

1. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т.3. Сортировка и поиск.-М.: Мир, 1978.-844с. 2. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах.-М.: Мир,1980.-644с. 3. Цегелик Г.Г. Организация и поиск информации в базах данных.-Львов: Вища шк.,1987.-176с. 4. Цегелик Г.Г. Оптимальна організація індексно-послідовних файлів при нерівномірному розподілі ймовірностей пошуку записів //Доп. АН УРСР. Сер.А, №3, 1987, с.70-73. 5. Цегелик Г.Г. Об оптимальной по времени поиска организации одноуровневого индекса //Исследование операций и АСУ. К.,1987, вып. 29, с.96-101. 6. Цегелик Г.Г. Оптимальные по времени поиска модели индексно-последовательных файлов при неравномерном распределении вероятностей обращения к записям //Программирование, №2, 1988, с.81-86. 7. Цегелик Г.Г. Определение параметров оптимальной организации многоуровневых индексно-последовательных файлов // Кибернетика, №2, 1988, с.74-78. 8. Цегелик Г.Г. Задача выбора оптимального числа уровней индекса в индексно-последовательной организации файлов баз данных // Докл. АН УССР. Сер.А, №7,1988, с.82-84. 9. Цегелик Г.Г. Некоторые оптимальные модели многоуровневых индексно-последовательных файлов // Респ. межвед.. науч. сб. "Модели и системы обработки информации", вып.8, 1989, с.94-98. 10. Цегелик Г.Г. Системы распределённых баз данных.-Львов: Свит, 1990.-168с. 11. Цегелик Г.Г. Оптимальные модели индекса в индексных методах организации файлов баз данных // Респ. межвед.. науч. сб. "Модели и системы обработки информации", вып.9, 1990, с.28-32. 12. Цегелик Г.Г. Модели оптимальной организации и поиска информации в файлах БД // УСиМ, №7, 1991, с.28-31. 13. Кудеравець Х.С., Цегелик Г.Г. Побудова та аналіз оптимальних стратегій пошуку інформації в послідовних файлах для різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів.-Львів: 1997.-70с./ Препринт (Львівський державний університет ім.І.Франка; №1-97) 14. Leipälä T. On the design of one – level indexed sequential files // Internat. J. Comput. Inform. Sei. – 1981.-V.10, N3.-P.177-186. 15. Leipälä T. On optimal multilevel indexed sequential

files //Inf.Process.Lett. 1982. Vol.15, NS. P.191-195. 16. Shneiderman B. A model for optimizing indexed file structures // Internat. J.Comput.Inform.Sei.1974, Vol.3,N1. P.93-103.

Стаття надійшла до редколегії 9.02.98

УДК 519.68

О.В.Демидович

Математичне моделювання оптимального розподілу файлів в локальних обчислювальних мережах

І. Вступ

Локальні обчислювальні мережі на базі Ethernet займають вагомий сектор мережних технологій. Однією з найбільш поширених мережних ОС є Novell NetWare. Швидкий розвиток технологій програмування зумовлює велику різноманітність програмних засобів, що використовується в мережі, а наявність мережно-орієнтованих програмних продуктів виключає необхідність тримати копію кожної програми на локальному жорсткому диску. Зростання швидкості передачі даних і зменшення затримки при передачі робить можливим використовувати спільне програмне забезпечення в локальній мережі без суттєвого погіршення швидкості роботи програм. Задача оптимального розподілу копій файлів в локальній обчислювальній мережі серед жорстких дисків серверів і локальних жорстких дисків робочих станцій не є тривіальною навіть при простих топологіях мереж. Часто неможливо визначити без детального аналізу, що є причиною повільної роботи програм в мережі – мала потужність сервера, неоптимальна топологія, низька швидкість передачі даних чи неправильне розміщення копій програм і файлів даних в мережі.

ІІ. Побудова моделі

Нами пропонується спосіб вирішення проблеми оптимального розподілу копій файлів в локальній обчислювальній мережі. Така мережа може працювати, наприклад, під мережною ОС Novell NetWare.