1968, Т.30 № 5, С.387-391. 4. Laasonen M.P. Ein uberquadratisch convergen der iterativer Algorithmus.// Ann Acad.Sei Fenu. Ser A. 1969. P.450. 5. Werner W. *Über* ein iteratives Verfahren der Ordming $1+\sqrt{2}$ zur Nullstellenbestimmung. //ZAMM. 1979. -59., №3. -S. 86-87. 6. Бартиш М.Я., Щербина Ю.Н. Итерационные формулы, полученные с помощью рекурсий.// Мат. сб. К.: Наукова думка, 1976. С. 50-53. 7. Бартиш М.Я., Шахно С.М. О методе Ньютона с ускоренной сходимостью. // Вестн. Киев. ун-та "Моделирование и оптимизация сложных систем." 1987, Вып.6, С. 62-66. 8. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. // М.: Мир, 1975.

УДК 519.6:517.958

І.Є. Бернакевич

НЕСТАЦІОНАРНІ ПРОЦЕСИ В СИСТЕМІ «ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА - ІДЕАЛЬНА РІДИНА»

Розглядається осесиметрична задача поширення хвиль в циліндричній оболонці, заповненій рідиною, які зумовлені імпульсним навантаженням на торець оболонки. Поведінка оболонки описується лінійними співвідношеннями типу Тимошенка [5,6], для моделювання рідини використовується акустичне наближення [4]. Для розв'язування зв'язаної задачі використовується проекційно-сіткова схема, яка передбачає використання кусково-квадратичних апроксимацій методу скінченних елементів по просторових змінних та однокрокової рекурентної схеми інтегрування в часі. З огляду на праці [1-3], в яких здійснено варіаційну постановку задачі взаємодії оболонки обертання з обмеженим об'ємом рідини, побудову проекційно-сіткової схеми та її математичне обґрунтування, дана стаття конкретизує отримані результати для випадку циліндричної оболонки. Крім цього, здійснюється порівняльний аналіз результатів, отриманих для незаповненої оболонки та оболонки, заповненої рідиною.

Варіаційна задача. Розглянемо циліндричну оболонку постійної товщини h, радіуса R, висоти L, верхній край якої шарнірно опертий, а нижній - жорстко закріплений у масивній плиті. Нехай оболонка повністю заповнена нев'язкою стисливою рідиною.

Будемо розглядати нестаціонарні процеси в системі «оболонка-рідина», обумовлені імпульсним навантаженням на торець оболонки.

Варіаційна задача акустичної взаємодії формулюються наступним чином:

$$\begin{cases} \textit{задано } \psi_0 \in \Phi,\ \psi_1 \in H,\ s_0 \in S,\ s_1 \in G,\ l \in L^2(0,T;\Phi'),\ \lambda \in L^2(0,T;S'); \\ \textit{знайти пару } p = (\psi, s) \in L^2(0,T;\Phi \times S) \textit{ таку, що} \\ m(\psi''(t),\varphi) + a(\psi(t),\varphi) - b(s'(t),\varphi) = \langle l(t),\varphi\rangle \qquad \forall\varphi \in \Phi \\ \mu(s''(t),g) + \eta(s(t),g) + b(g,\psi'(t)) = \langle \lambda(t), g\rangle \qquad \forall g = (v,y,v) \in S. \\ m(\psi'(0) - \psi_1, \varphi) = 0, \quad \mu(s'(0) - s_1, g) = 0 \\ a(\psi(0) - \psi_0, \varphi) = 0, \quad \eta(s(0) - s_0, g) = 0 \end{cases}$$

(1)

Тут s - вектор пружних зміщень оболонки, ψ - потенціал швидкостей рідини.

Використані лінійні та білійнійні форми визначаються формулами

$$\begin{cases} m(\psi,\varphi) = \int\limits_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0 c^2}\psi\varphi r\,dr\,dz, \quad \mu(\mathrm{s},\mathrm{g}) = \int_0^L \left(\rho h u v + \rho h w y + \frac{\rho h^3}{12}\gamma\xi\right) R\,dz, \\ a(\psi,\varphi) = \int\limits_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) r\,dr\,dz \qquad \forall\,\psi,\varphi \in \Phi, \quad \forall \mathrm{s},\mathrm{g} \in S \\ \eta(\mathrm{s},\mathrm{g}) = \int_0^L \left\{\sum_{j=1}^{2}\left[N_j(\mathrm{s})\varepsilon_j(\mathrm{g}) + M_j(\mathrm{s})\kappa_j(\mathrm{g})\right] + N_{13}(\mathrm{s})\varepsilon_{13}(\mathrm{g})\right\} R\,dz \\ b(s,\varphi) = \int\limits_0^L w\varphi R\,dz, \quad \langle l,\varphi\rangle = \int\limits_{\Omega_F} f_0\varphi r\,dr\,dz + \int\limits_{\Gamma_F^V} v_n\varphi R\,d\Gamma_F^V, \quad \langle\lambda,\mathrm{g}\rangle = R\widetilde{N}_1 \end{cases}$$

(2)

де

$V = \{v \in H^1((0,L)) \mid v(0) = 0\}$, $Y = \{y \in H^1((0,L)) \mid \mathrm{y}(0) = y(L) = 0\}$, $S = V \times Y \times V$,

$G = \left[L^2((0,L))\right]^3$, $\Phi = \{\varphi \in H^1(\Omega_F)\}$, $H = L^2(\Omega_F)$ - простори допустимих функцій.

Тут і далі вжиті позначення запозичені з [1-3].

Відзначимо, що варіаційна задача (1) коректно поставлена, тобто існує єдиний розв'язок (s,φ), який неперервно залежить від початкових даних задачі (1). Детальне доведення цього факту наведено в [1,7].

Проекційно-сіткова схема. В основу чисельної процедури розв'язування варіаційної задачі (1) покладено проекційно-сіткову схему, перший крок якої передбачає напівдискретизацію Гальоркіна за просторовими змінними з використанням скінченноелементних апроксимацій. Для дискретизації варіаційної задачі в часі використовується однокрокова рекурентна схема [2,3,7] з параметрами $\Delta t, \beta, \theta$ та квадратичною апроксимацією розв'язку на кожному кроці інтегрування. Дана схема дає змогу точно задовольнити початкові умови варіаційної задачі та виконувати інтегрування зі змінним кроком у часі. Використання матричних позначень допускає наступне алгебраїчне подання рекурентної схеми:

Задано $\Delta t, \beta, \theta = const > 0,\quad \{\mathbf{\Psi}^j\}, \{\mathbf{\Phi}^j\} \subset \mathbf{R}^K$ та $\{\mathbf{S}^j\}, \{\mathbf{G}^j\} \subset \mathbf{R}^N$.

Знайти $\{\mathbf{\Psi}^{j+1}\}, \{\mathbf{\Phi}^{j+1}\} \subset \mathbf{R}^K$ та $\{\mathbf{S}^{j+1}\}, \{\mathbf{G}^{j+1}\} \subset \mathbf{R}^N$ такі, що

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_\mathbf{F} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \beta \mathbf{A}_\mathbf{F} & -\frac{1}{2}\Delta t \mathbf{B} \\ \frac{1}{2}\Delta t \mathbf{B}^\mathrm{T} & \mathbf{M}_\mathbf{S} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \beta \mathbf{A}_\mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}^{j+\frac{1}{2}} \\ \mathbf{G}^{j+\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2}\Delta t \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_\mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi}^j \\ \mathbf{S}^j \end{bmatrix} +$$

$$+\frac{1}{2}\Delta t \begin{bmatrix} \mathbf{L}_j \\ \mathbf{\Lambda}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_\mathbf{F} + \frac{1}{2}\Delta t^2 (\beta - \theta) \mathbf{A}_\mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_\mathbf{S} + \frac{1}{2}\Delta t^2 (\beta - \theta) \mathbf{A}_\mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}^j \\ \mathbf{G}^j \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Psi}^{j+1} \\ \mathbf{S}^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi}^j \\ \mathbf{S}^j \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}^{j+\frac{1}{2}} \\ \mathbf{G}^{j+\frac{1}{2}} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}^{j+1} \\ \mathbf{G}^{j+1} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}^{j+\frac{1}{2}} \\ \mathbf{G}^{j+\frac{1}{2}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}^j \\ \mathbf{G}^j \end{bmatrix} \quad j = 0,1,..N_T \tag{3}$$

Побудова (3) передбачає, що процедура Гальоркіна використовує базиси $\{\varphi_i\}_{i=1}^K, \{g_j\}_{j=1}^N$ підпросторів $\Phi_h \subset \Phi, \dim \Phi_h = K$ та $S_h \subset S, \dim S_h = N$ відповідно, а інтегрування в часі виконується з кроком $\Delta t, N_T \Delta t = T$. Тоді наближений розв'язок (1) визначається з формули

$$\left(\psi_h(t_m), s_h(t_m)\right) = \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{\Psi}_i^m \varphi_i, \sum_{j=1}^N \mathbf{S}_j^m g_j \right) \tag{4}$$

За типових для методу скінченних елементів припущень відносно властивостей щільності просторів апроксимацій Φ_h та S_h доведено [2,3] збіжність напівдискретних апроксимацій Гальоркіна та побудовано апріорні оцінки їх швидкості збіжності. В [2,7] показано, що вибір параметрів β, θ рекурентної схеми з умови $\beta \geq \theta > 1/2$ забезпечує безумовну відносно вибору кроку інтегрування Δt стійкість рекурентної схеми (3). Крім цього, отримано оцінки швидкості збіжності послідовності наближених розв'язків $(\psi_{h\Delta t}, s_{h\Delta t})$ до розв'язку варіаційної задачі (1).

Чисельний приклад. Обчислення виконано для ізотропної алюмінієвої оболонки ($E = 7 \cdot 10^{10}\,Па,\ \rho = 2.7 \cdot 10^3\,кг/м^3,\ \nu = 0.3$) наступних геометричних розмірів: $R = 1.5\,м,\quad L = 3\,м,\quad h = 0.03\,м.$ Розрахунки проведено для випадку заповнення оболонки водою ($\rho_0 = 1000\,кг/м^3,\quad c = 1500\,м/с^2$)). Нестаціонарні процеси в системі досліджувались для випадку, коли прикладене поздовжнє зусилля задавалось у вигляді імпульсу $\widetilde{N}_1 = t/T_1 - 1,\ \ 0 < t \leq T_1$, де T_1 - час дії навантаження.

Дослідження виявило, що наявність рідини в оболонці при даному типі навантаження практично не впливає на її тангенціальні зміщення. При цьому в незаповненій оболонці спостерігається незначний залишковий ефект тангенціального зміщення, який дедалі більше проявляється з плином часу. Наявність ж рідини гасить цей процес. Що стосується прогинів оболонки, то наявність рідини суттєво впливає на їх форму та амплітуду. Прогини оболонки заповненої рідиною носять періодичний характер і їх амплітуда вдесятеро менша відповідних значень для незаповненої оболонки.

Навантаження такого типу на оболонку викликає підвищення тиску в рідині, фронт якого поширюється в двох напрямках: вздовж меридіана оболонки зі швидкістю поздовжньої хвилі в матеріалі оболонки і в напрямку осі симетрії зі швидкістю звуку в рідині. Характерним є утворення області від'ємного тиску при досягненні хвилею осі симетрії.

Проведено також аналіз енергетичних характеристик процесу деформування циліндричної оболонки, заповненої рідиною, який показав відсутність втрат енергії. Наявний лише перерозподіл між кінетичною та потенціальною енергіями, який відбувається в моменти досягнення пружною хвилею жорстко закріпленого та шарнірно опертого країв циліндричної оболонки.

1. Бернакевич І.Є., Шинкаренко Г.А. Чисельне моделювання акустичної взаємодії оболонок з рідиною. І. Формулювання і розв'язуваність варіаційних задач// Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1995. Вип. 41.- С. 7-13. 2. Бернакевич І.Є., Шинкаренко Г.А. Чисельне моделювання акустичної взаємодії оболонок з рідиною. II.

Проекційно-сіткові апроксимації та їхня збіжність// Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. 1995. Вип. 42.- С. 12-16. 3. Бернакевич І.Є. Чисельне дослідження початково-крайових задач акустичної взаємодії рідини з тонкостінними конструкціями: Автореф. Дис. ... канд. фіз.-мат. наук.-Львів, 1997.-16 с. 4. Динамика тел, взаимодействующих со средой/ Гузь А.Н., Маркуш Ш., Пуст Л.; К.: Наук. думка, 1991.-392 с. 5. Пелех Б.Л. Обобщенная теория оболочек. - Львов: Вища школа, 1978. - 159 с. 6. Рикардс Р. Б. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. -Рига: Зинатне, 1988. - 284 с. 7. Шинкаренко Г.А. Проекційно-сіткові методи розв'язування початково-крайових задач.- Київ: НМКВО, 1991.-88 с

УДК 519.689

М.В. Білик, В.М. Горлач, І.І. Трескот

ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ «ФАКУЛЬТЕТ»

Протягом кількох останніх років у світі спостерігається бурхливий розвиток мережевих технологій. Особливе місце посідає глобальна мережа Internet та її основний компонент - World Wide Web, стрімкий ріст яких зумовив розробку ведучими виробниками програмного забезпечення нових інструментальних засобів для побудови корпоративних інформаційних систем.

Базована на принципах архітектури "клієнт-сервер" та розподіленої обробки інформації технологія Intranet передбачає наявність в корпоративній мережі Web-серверів, доступ до яких з робочих станцій здійснюється за допомогою Web-браузерів.

Інформаційна система "Факультет" проектується на прикладі структури факультету прикладної математики та інформатики Львівського державного університету ім. І.Франка. Розроблено структуру інформації та дерево каталогів для її зберігання. Санкціонований доступ забезпечується засобами операційної системи сервера. Довідкова текстова інформація щодо історії створення, спеціалізації, переліку та робочих програм основних та спеціальних курсів, наукових напрямків тощо зберігається у вигляді статичних HTML-документів та згрупована за основними структурними підрозділами: деканат, кафедри, лабораторії. Окремо зберігається інформація загального характеру (наприклад,