УДК 518

Я.О. Дубров

ТЕОРІЯ ДЕСКРИПЦІЙНИХ МОРФІЗМІВ. МОДЕЛЮВАННЯ МЕНТАЛЬНИХ СТРИБКІВ У КОНТЕКСТІ ТЕОРЕМИ ГЙОДЕЛЯ

Незважаючи на стрімкий світовий цивілізаційний чин, на планеті існує низка нерозгаданих наукових, технологічних, релігійних, біологічних, політичних та інших ноуменів – явищ в ментальній сфері. Досить нагадати проблеми Великого синтезу, Ферма, протистояння релігій, ракових захворювань, політико–партійного протистояння, ядерної енергетики та інших світових глобальних "вузлів". Це означає, що актуалізується питання індукування чи формування ментального стрибка, який різні автори називають "науковою революцією", зміною парадигм (тезаурусів, контекстів, концептуальних моделей або концепцій тощо).

1. Базова категорія Фреге. В основу наших розмірковувань кладеться категорна конструкція (категорія Фреге), яка складається з трьох наступних об'єктів – речей або реальності R, імен (знаків, образів, символів) N та ідей (універсалій, ейдосів) U. За морфізми, зокрема, обираються пари <дескрипція, предикат>, які надалі називаються дескрипційними морфізмами й мають наступний загальний вигляд – $\gamma_x P(x)$, де γ – дескрипційна (описова) функція, $P(x)$ – предикат на індивідних змінних (елементах) з об'єктів R, N та U. Об'єкти R, N та U узгоджуються з об'єктами речей W_1, образів W_2 та ідей W_3 Базової Категорії Універсуму, яка розглядалася нами при побудові теоретико–категорної моделі панфілософії триалізму.

2. Об'єкти, елементи та індивідні змінні. Постулюючи топосну структуру категорії Фреге F, ми постулюємо також існування кінцевого об'єкта 1, тобто такого об'єкта, що для кожного об'єкта цієї категорії існує одна і тільки одна стрілка–морфізм в 1. Тоді елементом об'єкта A цієї категорії називається стрілка–морфізм $a:1 \to A$ (або $1 \xrightarrow{a} A$). Ця стрілка є мономорфною. Надалі елементи трьох об'єктів і символи, що позначують індивідні змінні, які набувають значення, що дорівнюють елементам цих об'єктів,

© Дубров Я.О., 1998

ототожнюються. Отже, ми використовуватимемо наступні індивідні змінні – $t:1 \to R$, $a:1 \to N$ $b:1 \to U$.

3. Категорна інтерпретація денотатів, знаків та концептів. Зазначимо, що поняття денотату, знаку та концепту, які запровадив Фреге, в нашому випадку збігаються з поняттями речі, імені та ідеї.

Теорема 1. *Для довільного елементу* $x:1 \to a$ *об'єкта* a *категорії* $\mathbf{F}$ *справджується рівність* $ev_0 < \ulcorner f \urcorner, x > = f_0 x$, *яка підтверджується наступною комутативною діаграмою:*

$$\begin{tikzcd}
a \arrow[r, "f"] & b \\
1 \arrow[u] \arrow[r, "<\ulcorner f \urcorner, x>"'] & b^a xa \arrow[u, "cv"']
\end{tikzcd}$$

де f *– речовий акт чи взаємодія речей (денотат),* $\ulcorner f \urcorner :1 \to b^a$ *– ім'я речі* f *або знак,* $ev: b^a xa \to b$ *– стрілка значення або концепт.*

4. Дескрипційна інтерпретація індивідних змінних. Існує три дескрипції – означена c, неозначена ε та універсальна κ. Універсальний дескрипційний морфізм $\kappa_z C(z)$ виділяє (формує, конструює) тільки ейдосні змінні, неозначений $\varepsilon_y B(y)$ – іменні, означений $c_x A(x)$ – і речові, й іменні, й ейдосні (але всі конкретні).

Теорема 2. *Кванторам* $\exists!$, $\exists$ *та* $\forall$ *однозначно відповідають дескрипції* c, ε *та* κ, *тобто справедливі наступні еквівалентності:*

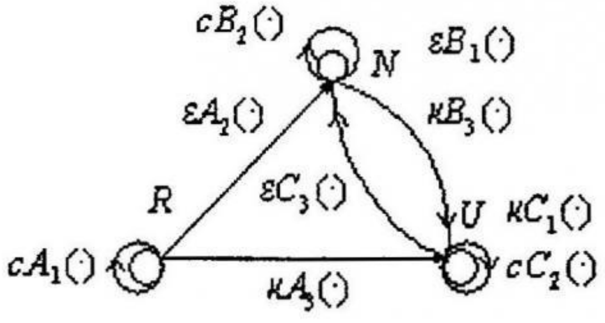
$$\exists! x A(x) \Leftrightarrow A(c_x, A(x)),$$

$$\exists y B(y) \Leftrightarrow B(\varepsilon_y B(y)),$$

$$\forall z C(z) \Leftrightarrow C(\kappa_z C(z)).$$

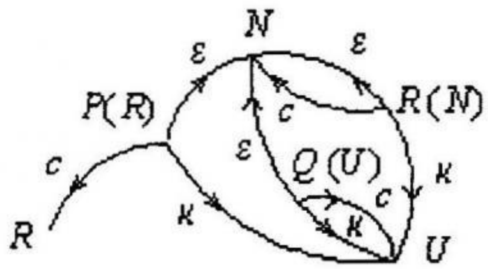
5. Дескрипційна категорія Рассела. Узагальнена теорія дескрипцій Рассела індукує наступне твердження:

Теорема 3. *Існує категорія* $\mathbf{R}$ *з об'єктами* R, N, U *та дескрипційними морфізмами, які є стрілками денотатів у денотати, знаки, концепти; знаків – у знаки та концепти й концептів – у знаки та концепти. Множини стрілок в* R *з* N *та* U *є порожніми. Категорії* $\mathbf{R}$ *відповідає наступний орієнтований зважений граф:*



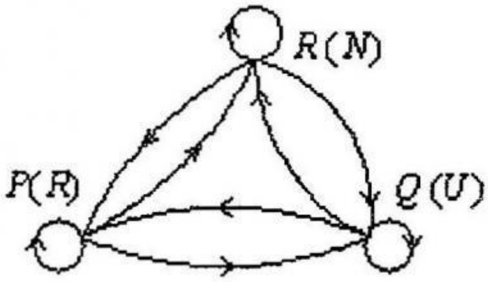
6. Категорійна діаграма Тарського. Семантична теорія Тарського стисло характеризується наступною теоремою.

Теорема 4. *Існує категорійна діаграма Тарського* $\mathbf{T}$ *з об'єктами* R, N, U *та одномісними предикатами на змінних* t, a, b *з дескрипційними морфізмами, які перетворюють предикати в денотати, знаки та концепти відповідно. Категорна модель семантики Тарського має наступний вигляд:*



7. Категорія Гільберта предикатів та правил виведення. Концепція аксіоматизації Гільберта описується наступною теоремою:

Теорема 5. *Існує базова категорія* $\mathbf{G}$, *об'єктами якої є предикати–формули, а морфізмами – правила виведення. Отже,*



8. Категорія Фреге як синтез конструкцій Рассела, Гільберта, Тарського. З попереднього випливає наступна теорема.

Теорема 6. *Існує синтетична категорія* $\mathbf{F}$, *об'єктами якої є* R, N, U *та предикати–формули, а морфізмами – дескрипційні морфізми та правила виведення.* $\mathbf{F}$ *легко будується з* $\mathbf{R}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{G}$.

Наслідок. Дескрипційна категорія **R** як підкатегорія **F** є моделлю процесу пізнання, коли здійснюється перехід від реальності **R** через мову N до ейдосу U або безпосередньо від реальності до ейдосу (зокрема, моделі) й навпаки.

9. Теорема Гйоделя як заборона й як стимул до ментального стрибка. Попередні твердження дають можливість подивитися на теорему Гйоделя як на деяку заборону, яка спричинена певною самоізольованістю від зовнішнього світу формальних аксіоматичних теорій. Така самоізольованість веде до замкненості, а, отже, й до відсутності розвитку. Саме неможливість доведення чи спростування засобами даної теорії тверджень, які можуть бути сформульовані на мові даної теорії, говорить про необхідність деякого ментального стрибка, зумовленого зовнішнім світом. Прикладами таких ментальних стрибків є перехід від об'єкта реальності до об'єкта імен чи до об'єкта універсалій, а також від об'єкта імен до об'єкта ідей та від об'єкта ідей до об'єкта імен, які описуються відповідними дескрипційними морфізмами.

Вербальна замкненість формальних теорій обумовлює їх неповноту та алгоритмічну нерозв'язність низки проблем. Тому справедлива теза: будь–яка розвивна під впливом внутрішніх причин формальна теорія стає нерозв'язною в тому сенсі, що в ній можна сформулювати нескінченну множину висловлювань, які не можуть бути формально доведені засобами цієї системи. Заборона знімається, коли система відкрита.

УДК 517.9

І.М. Дудзяний, С.І. Дудзяний

ДО ПИТАННЯ СТІЙКОСТІ ІНВАРІАНТНИХ ТОРІВ ІМПУЛЬСНИХ СИСТЕМ

Розглянемо розривну систему диференціальних рівнянь на торі наступного вигляду

$$\frac{d\varphi}{dt}=\omega+\varepsilon a(\varphi),\frac{dx}{dt}=P(\varphi)x, \qquad (1)$$
$$\Delta x\,|_{\varphi\in\Gamma}=B(\varphi)x.$$

©Дудзяний І.М., Дудзяний С.І., 1998