Наслідок. Дескрипційна категорія **R** як підкатегорія **F** є моделлю процесу пізнання, коли здійснюється перехід від реальності **R** через мову N до ейдосу U або безпосередньо від реальності до ейдосу (зокрема, моделі) й навпаки.

9. Теорема Гйоделя як заборона й як стимул до ментального стрибка. Попередні твердження дають можливість подивитися на теорему Гйоделя як на деяку заборону, яка спричинена певною самоізольованістю від зовнішнього світу формальних аксіоматичних теорій. Така самоізольованість веде до замкненості, а, отже, й до відсутності розвитку. Саме неможливість доведення чи спростування засобами даної теорії тверджень, які можуть бути сформульовані на мові даної теорії, говорить про необхідність деякого ментального стрибка, зумовленого зовнішнім світом. Прикладами таких ментальних стрибків є перехід від об'єкта реальності до об'єкта імен чи до об'єкта універсалій, а також від об'єкта імен до об'єкта ідей та від об'єкта ідей до об'єкта імен, які описуються відповідними дескрипційними морфізмами.

Вербальна замкненість формальних теорій обумовлює їх неповноту та алгоритмічну нерозв'язність низки проблем. Тому справедлива теза: будь–яка розвивна під впливом внутрішніх причин формальна теорія стає нерозв'язною в тому сенсі, що в ній можна сформулювати нескінченну множину висловлювань, які не можуть бути формально доведені засобами цієї системи. Заборона знімається, коли система відкрита.

УДК 517.9

І.М. Дудзяний, С.І. Дудзяний

ДО ПИТАННЯ СТІЙКОСТІ ІНВАРІАНТНИХ ТОРІВ ІМПУЛЬСНИХ СИСТЕМ

Розглянемо розривну систему диференціальних рівнянь на торі наступного вигляду

$$\frac{d\varphi}{dt}=\omega+\varepsilon a(\varphi),\frac{dx}{dt}=P(\varphi)x, \qquad (1)$$
$$\Delta x\,|_{\varphi\in\Gamma}=B(\varphi)x.$$

Тут $\varphi\in\Im_m, x\in R^n$; функції $a(\varphi), P(\varphi), B(\varphi)$ - неперервні та 2π-періодичні по $\varphi_\nu, \nu=1,...,m$; ε > 0 - малий параметр; Г - підмножина тора $\Im_m$, така що $\Gamma=\{\varphi\in\Im_m :< b,\varphi >= 0\}$; $b=(b_1,...,b_m)$ - вектор з цілочисельними додатними координатами; $\omega=(\omega_1,...,\omega_m)$ - такий вектор, що $< k,\omega >= 0 \Leftrightarrow k_1=\ldots=k_m=0$, де $k=(k_1,...,k_m)$ - будь-який вектор з цілочисельними додатними координатами (тобто, виконується умова трансверсальності $< b,\omega >\neq 0$).

Нехай $\varphi_t(\varphi,\varepsilon), \varphi\in\Im_m$ - розв'язок першого рівняння (1). Тоді розв'язки (1) будуть еквівалентні розв'язкам системи лінійних диференціальних рівнянь з імпульсним збуренням вигляду

$$\begin{gathered}\frac{dx}{dt}=P(\varphi_t(\varphi,\varepsilon))x, t\neq\tau_j(\varphi,\varepsilon), \varphi\in\Im_m \\ \Delta x|_{t=\tau_j(\varphi,\varepsilon)}=B(\varphi_{\tau_j(\varphi,\varepsilon)}(\varphi,\varepsilon))x,\end{gathered} \tag{2}$$

де $\tau_j(\varphi,\varepsilon)$ - розв'язки рівняння $< b,\varphi_t(\varphi,\varepsilon) >= 0, \varphi\in\Im_m$.

За допомогою методу послідовних наближень вивчимо властивості, якими володіє послідовність моментів імпульсних збурень $\{\tau_j(\varphi,\varepsilon)\}$ системи (1), оскільки вони відіграють одну з головних ролей при з'ясуванні питання стійкості інваріантних торів імпульсних систем.

Для цього розглянемо рівняння $\frac{d\varphi}{dt}=\omega+\varepsilon a(\varphi)$, розв'язок якого має вигляд $\varphi_t(\varphi,\varepsilon)=\varphi+\omega t+\varepsilon\int\limits_0^t a(\varphi_s(\varphi,\varepsilon))ds$. Звідси, при ε=0 маємо розв'язок $\varphi_t(\varphi,\varepsilon)|_{\varepsilon=0}=\varphi_t(\varphi,0)=\varphi_t(\varphi)=\varphi+\omega t$.

Згідно з означенням $\tau_j(\varphi,\varepsilon)$ отримуємо співвідношення

$$< b,\varphi+\omega t > +\varepsilon\int\limits_0^t < b, a(\varphi_s(\varphi,\varepsilon)) > ds = 0. \tag{3}$$

Відомо також, що рівняння

$$< b,\varphi+\omega t >= 0 \tag{4}$$

має послідовність розв'язків $\{\tau_j(\varphi)\}_{j=1}^{\infty}$ таку, що $\tau_j(\varphi)\to+\infty, j\to\infty$, $\lim\limits_{T\to\infty}\frac{i(t,t+T)}{T}=p$. Зрозуміло, що $\tau_j(\varphi,\varepsilon)|_{\varepsilon=0}=\tau_j(\varphi)$.

Для того щоб послідовність коренів $\{\tau_j(\varphi,\varepsilon)\}_{j=1}^{\infty}$ рівняння (3) мала ті ж властивості, що й послідовність коренів $\{\tau_j(\varphi)\}_{j=1}^{\infty}$ рівняння (4), необхідно, щоб кожен корінь $\tau_j(\varphi,\varepsilon)$ належав деякому ε_1-околу кореня $\tau_j(\varphi)$, де $\varepsilon_1>0$ - мале число. Фактично маємо випадок:

$$f(t)=<b,\varphi+\omega t>=0,$$

$$F(t,\varepsilon)=<b,\varphi+\omega t>+\varepsilon\int_0^t <b,a(\varphi_s(\varphi,\varepsilon))>ds=0,$$

де F(t, 0)=f(t).

Нехай t^* - корінь рівняння (4). Корінь t_* рівняння (3) будемо шукати в δ-околі точки t^* (тобто, $t_*\in[t^*-\delta,t^*+\delta]$), причому δ=δ(ε)>0 – вибираємо з умови, що $F(t,\varepsilon)$ набуває значення різних знаків на кінцях вказаного проміжку.

Припускаємо, що малий параметр ε > 0, який входить у систему (1) такий, що $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$, де ε_0 беремо настільки малим, щоб похідна $F'(t,\varepsilon)=M+\varepsilon a(\varphi_t(\varphi,\varepsilon))$ не змінювала знак на проміжку $[t^*-\delta,t^*+\delta]$, де $M=f'(t)=<b,\omega>\neq 0$. Нехай, для визначеності, $0<K_1\le F'(t,\varepsilon)\le K_2$ на $[t^*-\delta,t^*+\delta]$.

Надалі введемо функцію $g(t)=t-\lambda F(t,\varepsilon),\lambda>0$, і будемо шукати розв'язок рівняння $t=g(t)$, що рівносильне рівнянню $F(t,\varepsilon)=0,\lambda\neq 0$.

Оскільки $g'(t)=1-\lambda F'(t,\varepsilon)$, то $1-\lambda K_2\le g'(t)\le 1-\lambda K_1$, і звідси легко підібрати λ, щоб можна було застосувати метод послідовних наближень, тобто так, що виконуватиметься умова

$$|g'(t)|\le\alpha<1. \tag{5}$$

За перше наближення беремо точку t^* і будуємо ітераційну послідовність $\{t_n\}$ за принципом $t_{n+1}=g(t_n)$.

Оскільки виконується (5), то $t_n\to t_*,n\to\infty$. Тобто, $|t_n-t_*|\le\alpha^n|t^*-t_*|<2\delta$, $|t^*-t_*|<\varepsilon_1$, де $\varepsilon_1>0$ - мале число.

Отже, оскільки t^* – довільний корінь рівняння (4) з послідовності $\{\tau_j(\varphi)\}_{j=1}^{\infty}$, то ми показали, що

$$|\tau_j(\varphi,\varepsilon)-\tau_j(\varphi)|<\widetilde{\varepsilon},j=1,2,\ldots\forall\varphi\in\Im_m,$$

тобто $\{\tau_j(\varphi,\varepsilon)\}_{j=1}^{\infty}$ має ті ж властивості, що й $\{\tau_j(\varphi)\}_{j=1}^{\infty}$.

1. Samoilenko A.M. Elements of the mathematical theory of multifrequency oscillations. Kluwer Academic Publishers, 1991. 2. Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. Impulsive differential equations. World Scientific, 1995.

УДК 517.3

А.Т. Дудикевич, С.М. Левицька

КОМБІНОВАНИЙ МЕТОД ОБЧИСЛЕННЯ ПОТЕНЦІАЛУ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ

У випадку розрахунку потенціалу електростатичного поля в системах з осьовою симетрією розв'язок рівняння природньо розглядати в циліндричній системі координат, в якій вважати вісь OZ- віссю симетрії.

Шукається функція U(M), яка задовольняє рівнянню Лапласа

$$\Delta U(M)=0, \qquad M\in R^3\setminus S \tag{1}$$

а на поверхні S-умові Діріхле

$$U(P)=f(P),\quad p\in S,\ f(P)\in C(S) \tag{2}$$

і умові регулярності на безмежності

$$u(\infty)=0 \tag{3}$$

де S - поверхня, задана параметричними рівняннями

$$\left.\begin{array}{l} r=r(v) \\ z=z(v) \end{array}\right\},\ 1\le v\le 1 \tag{4}$$

Розв'язок задачі (1)-(3) будемо шукати у вигляді потенціалу простого шару

$$U(P)=\iint\limits_S q(P)/r(M,P)ds_P \tag{5}$$

де $q(P)$ -невідома густина поверхневих зарядів на S;

r – віддаль між точками M і P.