музею є її повна інтеграція з компонентою бази даних. Зокрема, уся виставкова інформація повинна бути підмножиною фондів, що зберігаються в БД. Така риса виділятиме проектовану систему з числа різноманітних виставок та музеїв, що вже функціонують в Internet.

1. Э. Караваєв *Основания временной логики*.- Л.: Изд-во ЛГУ, 1983. 2. *Мультимедиа-галерея*.- HARD'n'SOFTю. 1997. №2.

УДК 519.6

М.В. Жук, А.Ю. Кіндибалюк

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ КАНТОРОВИЧА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ БІГАРМОНІЧНОГО РІВНЯННЯ

Розглянемо бігармонічне рівняння

$$Au \equiv \Delta^2 u = \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = f(x, y) \tag{1}$$

в області $D = \{0 \le x \le a; 0 \le y \le b\}$ при однорідних крайових умовах

$$u = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad x = a; \tag{2}$$

$$u = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \quad y = b. \tag{3}$$

Оператор A розглядаємо в дійсному гільбертовому просторі $H = L_2(D)$ з нормою $\|u\|^2 = \iint\limits_D u^2(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

За область визначення оператора A приймаємо множину 4 рази неперервно диференційованих функцій у замкненій області $\overline{D} = D + \Gamma$, які задовольняють крайові умови (2), (3).

Оператор A задачі (1) – (3) є додатно визначеним, тобто для довільного $u \in D(A)$ виконується

$$(Au, u) \ge \gamma^2 \|u\|^2, \quad \gamma = \mathrm{const} > 0. \tag{4}$$

Позначимо через H_A його енергетичний простір. При цьому скалярний добуток та енергетична норма в H_A визначаються наступним чином

$$[u,v]_A = \iint_D \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right\} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\,, \tag{5}$$

$$|u|_A^2 = [u,u] = \iint_D \left\{ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2 \right\} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\,. \tag{6}$$

Із нерівності (4) в результаті граничного переходу для довільного $u \in H_A$ маємо

$$\|u\| \le \frac{1}{\gamma}|u|_A\,. \tag{7}$$

Зауважимо, що умови (2), (3) – головні, тобто функції із енергетичного простору H_A їх задовольняють. Функція $u \in H_A$ називається узагальненим розв'язком задачі (1) – (3), якщо для довільної функції $v \in H_A$ виконується тотожність

$$[u,v]_A = (f,v)\,. \tag{8}$$

До задачі (1) – (3) застосовуємо метод Канторовича, за яким наближений розв'язок шукається у вигляді

$$u_n(x,y) = \sum_{k=1}^{n} C_k(x)\varphi_k(y)\,, \tag{9}$$

де координатна система $\{\varphi_k(y)\}$ вибирається таким чином, щоб система функцій $\{\chi_l(x)\varphi_k(y)\}$ була повною в просторі H_A.

Невідомі коефіцієнти $C_k(x)$ визначаємо із системи

$$\int_0^b (Au_n - f)\varphi_i(y)\mathrm{d}y = 0\,, \tag{10}$$

$$C_i(x)\big|_{x=0} = C_i(x)\big|_{x=a} = 0\,, \tag{11}$$

$$C_i''(x)\big|_{x=0} = C_i''(x)\big|_{x=b} = 0\,, \quad i = 1,2,\dots,n\,, \tag{12}$$

яка зводиться до системи звичайних диференціальних рівнянь четвертого порядку відносно $C_k(x)$.

Введемо поняття узагальненого розв'язку системи методу Канторовича (10) – (12). Позначимо через $H_n \subset H$ простір функцій вигляду $v_n(x,y)=\sum_{k=1}^{n}a_k(x)\varphi_k(y)$. Нехай для деякої функції $u_n(x,y)\in H_n\cap H_A$ справджується тотожність

$$[u_n,v_n]=(f,v_n),$$

в якій $v_n(x,y)$ – довільна функція з $H_n\cap H_A$. Тоді функція $u_n(x,y)$ називається узагальненим розв'язком методу Канторовича (10) – (12).

Аналогічно, як і в праці [1] доводиться наступна теорема.

Теорема. *При довільній функції $f(x,y)\in H$ задача (1) – (3) має єдиний узагальнений розв'язок $u(x,y)\in H_A$; при довільному n система методу Канторовича (10) – (12) має єдиний узагальнений розв'язок $u_n(x,y)\in H_n\cap H_A$, який збігається до розв'язку задачі (1) – (3) і швидкість збіжності характеризується оцінкою*

$$|u-u_n|_A\le|u-v_n|_A,$$

де елемент $v_n\in H_n\cap H_A$ такий, що реалізує мінімум функціонала $|u-v_n|_A$.

Зауважимо, що координатну систему функцій $\{\varphi_k(y)\}$ можна, наприклад, вибирати наступним чином

$$\varphi_k(y)=y^2(y-b)^2y^{k-1},\quad k=1,2,..$$

1. Лучка А.Ю., Жук М.В. Исследование быстроты сходимости метода Канторовича для линейных дифференциальных уравнений эллиптического типа. Сб. "Методы количественного и качественного исследования дифференциальных и интегральных уравнений". К., 1975. С. 84 – 98.

УДК 519.6

П.Ф. Завгородній, А.П. Власюк, О.Ю. Тимейчук

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ОРЕБРЕННЯ ПОВЕРХНІ ФОРМИ НА ПРОЦЕС ЛИТТЯ

Оребрення поверхні форми є одним з основних шляхів інтенсифікації теплопередачі. В ідеально виконаній формі формуючі