Степінь збалансованості різних ланок імунної системи і її резервні можливості пропонуються [3] характеризувати функціоналом

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_1} V(t)dt \bigg/ (t_{\max} - t_0)\int_{t_0}^{t_1} F(t)dt + S_0) \qquad (7)$$

де $t_{\max}$ - час досягнення максимуму концентрації антитіл, S_0 - деякий параметр.

Функціонал (7) носить назву індексу імунного статусу організму і може вибиратись в ролі критерію оптимальності при керуванні імунного відповіддю організму.

Проведені нами числові експерименти при різних значеннях вхідних параметрів моделі (1)-(2) дозволяють відображати різні форми протікання інфекційних захворювань і вказують на можливість добитися відповідного ефекту при лікуванні цих захворювань.

1. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. - М.: Наука, 1980. - 264 с. 2. Погожев И.Б. Применение математических моделей заболеваний в клинической практике. - М.: Наука, 1988. - 192 с. 3. Сергиенко И.В., Яненко В.М., Ажаев К.Л. Оптимальное управление имунным ответом, синхронизирующее отдельные звенья имунной системы. II. Идентификация параметров модели и восстановление пропущенных данных. //Кибернетика и системн. анализ. - 1997. - № 1. - С. 161-186. 4. Петров Р.В. Иммунология. - М.: Медицина, 1987. - 415 с. 5. Prikrylova D., Jilek M., Waniewski J. Mathematical modelling of the immuno respouse/- Boea Kation, Usa: CRC fress Inc., 1992-210 p.

УДК 539.3

Н.В. Іванова

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ ДЕФОРМУВАННЯ ЗСУВНИХ ОБОЛОНОК

Використання певних гіпотез дає змогу замість тривимірної задачі теорії пружності наближено розглядати двовимірні задачі теорії оболонок. Один з можливих шляхів оцінювання придатності наближених теорій оболонок полягає у порівнянні отриманих на їх основі результатів з розв'язками тривимірних задач. У даній праці зіставляються розв'язки, отримані на основі запропонованої в [1] теорії оболонок з деформівною нормаллю, а також теорії оболонок типу Тимошенка та класичної теорії Кіргофа-Лява з розв'язками тривимірної задачі теорії пружності для циліндричної оболонки.

Нехай оболонка постійної товщини h займає в евклідовому просторі R^3 обмежену область D з неперервною за Ліпшицем межею S. Серединну поверхню оболонки Ω віднесемо до системи криволінійних ортогональних координат $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2)$ і введемо ортогональну до неї змінну z так, що $|z|\le h/2$. Позначимо через Γ межу серединної поверхні Ω. Крайова задача про рівновагу оболонок з деформівною нормаллю має наступний вигляд:

Знайти вектор компонент зміщень u такий, що відповідні компоненти вектора деформацій ε, та вектора зусиль моментів σ задовольняють

$$\left\{\begin{array}{ll} \varepsilon = C_L u; & (1.1) \\ C_\Omega \sigma + P = 0; & (1.2) \\ \sigma = B\varepsilon; & (1.3) \\ G_\sigma \sigma = \sigma_g \quad \text{на} \quad \Gamma_\sigma; & (1.4) \\ u_g = 0 \quad \text{на} \quad \Gamma_u. & (1.5) \end{array}\right.$$

Повний вигляд матриць C_L, C_σ, B, G_σ та вектора P можна знайти в [1].

Проведемо зпівставлення результатів розв'язання задачі для одношарової вільно опертої циліндричної оболонки, отриманих на основі запропонованої теорії, теорії оболонок типу Тимошенка з недеформівною нормаллю та класичної теорії Кіргофа-Лява, з розв'язком рівнянь просторової теорії пружності [2]. Чисельно задача теорії оболонок з деформівною нормаллю розв'язувалась методом скінченних елементів з використанням біквадратичних ізопараметричних апроксимацій. Порівняємо радіальні зміщення u_γ та напруження σ_s, σ_θ в оболонці радіуса R, товщини h та довжини l, яка піддається дії внутрішнього тиску $q_\gamma = q_0 \sin\dfrac{n\pi}{l}\cos k\theta$. Розрахунки виконувались для R=60, l=120 та різних значень h, n та k. В табл. 1 в останніх трьох стовпцях наведені значення радіальних зміщень $u_\gamma / q_0 E^{-1}$ для деяких значень вказаних параметрів, отримані на основі теорії пружності, теорії оболонок з деформівною нормаллю (значення в дужках), теорії типу Тимошенка (II) та класичної теорії (III). В табл. 2 перший рядок відповідає розв'язку по просторовій теорії пружності; в другому, третьому та четвертому рядках для кожного варіанта *h/R*, *n* та *k* наведені значення напружень σ_s/q_0 та σ_θ/q_0 по запропонованій методиці, теорії типу Тимошенка та класичної теорії відповідно.

Таблиця 1

h/R	n	K	I			II	III
			z=-h/2	Z=0	z=h/2		
0.05	15	0	**22.1** (19.7)	**22.0** (18.87)	**20.5** (18.08)	22.5	16.7
	20	0	**8.89** (8.07)	**8.38** (7.38)	**7.43** (6.69)	8.84	2.42
0.10	10	0	**17.3** (15.69)	**15.8** (14.25)	**14.2** (12.79)	17.3	10.6
	15	0	**6.28** (5.54)	**4.40** (4.36)	**3.56** (3.17)	5.33	2.12
	20	0	**3.79** (3.08)	**1.79** (2.05)	**1.28** (1.01)	2.52	0.672
0.20	10	0	**7.44** (5.93)	**3.76** (3.90)	**2.39** (1.88)	4.98	1.34
	15	0	**4.58** (3.02)	**1.12** (1.49)	**0.429** (0.37)	1.92	0.265
	10	5	**6.93** (5.64)	**3.27** (3.61)	**2.00** (1.59)	4.24	1.11
	10	10	**5.85** (4.53)	**2.27** (2.67)	**1.24** (0.80)	3.21	0.686
	1	15	**7.54** (6.34)	**4.13** (4.32)	**2.84** (2.31)	3.73	1.60

З аналізу наведених даних випливає, що для будь-яких значень вказаних параметрів похибка наближення радіальних зміщень на серединній поверхні по теорії оболонок з деформівною нормаллю не перевищує 12%, тоді як теорія типу Тимошенка для навантажень з довжиною півхвилі порядку товщини дає суттєво завищені значення, а класична теорія оболонок взагалі не описує реальні значення радіальних зміщень для даної задачі. По всіх розглядуваних теоріях отримані величини напружень, які незначно відрізняються між собою, але суттєво відрізняються від точного розв'язку у випадку дії навантаження, довжина напівхвилі якого є величиною порядку товщини оболонки. По всіх наведених теоріях краще наближення спостерігається на ненавантаженій поверхні оболонки.

Таблиця 2.

h/R	*n*	*K*	σ_s/q		σ_θ/q	
			z=-h/2	*z=h/2*	*z=-h/2*	z=h/2
0.05	15	0	**-4.47** -4.23 -4.21 -4.26	**4.27** 4.23 4.21 4.26	**-1.260** -1.631 -0.879 -0.999	**1.62** 1.97 1.62 1.56

h/R	*n*	*K*	σ_s/q		σ_θ/q	
			$z=-h/2$	$z=h/2$	$z=-h/2$	$z=h/2$
	20	0	**-2.71**	**2.47**	**-0.960**	**0.861**
			-2.42	2.42	-1.039	1.013
			-2.39	2.39	-0.568	0.823
			-2.42	2.42	-0.636	0.815
0.10	10	0	**-2.36**	**2.35**	**-0.787**	**0.930**
			-2.29	2.29	-0.856	1.060
			-2.34	2.34	-0.400	0.977
			-2.38	2.38	-0.540	0.892
	20	0	**-1.140**	**0.554**	**-0.576**	**0.186**
			-0.591	0.599	-0.311	0.161
			-0.601	0.601	-0.136	0.220
			-0.607	0.607	-0.171	0.193
0.20	10	0	**-1.120**	**0.517**	**-0.498**	**0.191**
			-0.554	0.556	-0.240	0.161
			-0.594	0.594	-0.087	0.252
			-0.605	0.605	-0.159	0.204
	10	5	**-1.040**	**0.435**	**-0.570**	**0.187**
			-0.513	0.525	-0.283	0.209
			-0.509	0.504	-0.103	0.273
			-0.513	0.520	-0.180	0.209
	1	5	**-0.661**	**0.164**	**-1.180**	**0.527**
			-0.407	0.181	-0.686	0.662
			-0.360	0.186	-0.130	0.216
			-0.210	0.197	-0.680	0.635

1. Вагін П.П., Іванова Н.В. Нелінійне деформування багатошарових оболонок. Постановка задачі. / Львів. ун-т. - Львів, 1996.- 27 с. - Деп. в УкрІНТЕІ 20.12.96 N 285 Ук96. 2. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Методы расчета оболочек. Т.4: Теория оболочек переменной жесткости. - Киев: Наук. думка, 1981. - 544 с.