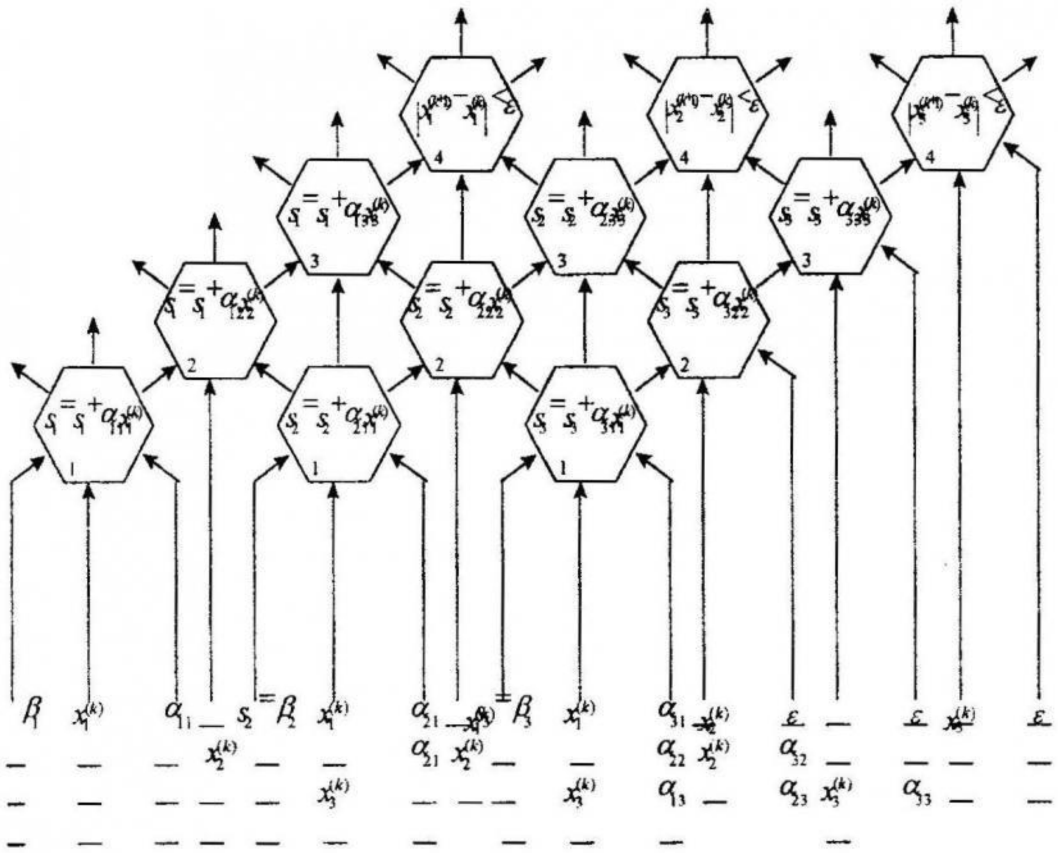


Рис. 1.

1. В о е в о д и н В . В . Математические модели и методы в параллельных процессах. - М.: Наука, 1986. - 296 с. 2. Program simulation of parallel algorithms of the numerical analysis. A . I . K a r d a s h, V . V . C h e r n y a h o v s k y i, I . I . C h u l y k . //Mathematical Modelling and Applied Mathematics. A.A.Samarskii and M.P.Sapogovas (Editors). Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland). 1992. IMACS. P. 253-259.

УДК 519.6

А.І. Кардаш, І.І. Чулик

РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ МЕТОДУ ЗЕЙДЕЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Розглянемо процес розпаралелювання алгоритму методу Зейделя на спеціальній обчислювальній системі, яка складається з n процесорів.

Побудуємо процес обчислень так, що кожен процесор p обчислює один із $x_i^{(k+1)}$. Тоді на кожному кроці, не враховуючи пересилки будемо мати:

1-й крок: обчислення $e_{in}^{(k)} = \alpha_{in} x_n^{(k)}, i = \overline{1, n-1}$;

2-й крок: обчислення $s_{in}^{(k)} = \beta_i + e_{in}^{(k)}, i = \overline{1, n-1}$;

3-й крок: обчислення $e_{in-1}^{(k)} = \alpha_{in-1} x_{n-1}^{(k)}, i = \overline{1, n-2}$;

4-й крок: обчислення $s_{in-1}^{(k)} = s_{in}^{(k)} + e_{in-1}^{(k)}, i = \overline{1, n-2}$;

2n-й крок: отримаємо $x_1^{(k+1)} = s_{12}^{(k)}$;

2n+1-й крок: обчислення $e_{i1}^{(k+1)} = \alpha_{i1} x_1^{(k+1)}, i = \overline{2, n}$;

2n+2-й крок: обчислення $s_{i1}^{(k+1)} = e_{i1}^{(k+1)} + s_{ii-1}^{(k)}, i = \overline{2, n}$;

4n-й крок: отримаємо $x_n^{(k+1)} = s_{n,n-1}^{(k+1)}$.

Потім обчислюємо $\Delta x_i^{(k+1)} = |x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}|, i = \overline{1, n}$ і робимо умовний перехід.

Загальне число кроків на одній ітерації з використанням n процесорів буде наступним:

$$T_n = 4n + 2.$$

Число ітерацій, які необхідно зробити при послідовній реалізації алгоритму обчислюємо за формулою:

$$T_1 = 2n(n-1),$$

тоді знаходимо прискорення:

$$S_n = T_1 / T_n = 2n(n+1) / 2(2n+1) = n/2 + o(1);$$

ефективність:

$$E_n = S_n / n = 1/2;$$

цінність алгоритму:

$$F_n = S_n / C_n = (n/2 + o(1)) / 2n(2n+1) = 1/8n + o(1/n).$$

Розглянемо реалізацію методу Зейделя на систолічних структурах для системи рівнянь третього порядку (для простоти викладу).

В цьому випадку формули ітераційного процесу запишемо у такому вигляді:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = \beta_1 + \alpha_{11} x_1^{(k)} + \alpha_{12} x_2^{(k)} + \alpha_{13} x_3^{(k)} \\ x_2^{(k+1)} = \beta_2 + \alpha_{21} x_1^{(k+1)} + \alpha_{22} x_2^{(k)} + \alpha_{23} x_3^{(k)} \\ x_3^{(k+1)} = \beta_3 + \alpha_{31} x_1^{(k+1)} + \alpha_{32} x_2^{(k)} + \alpha_{33} x_3^{(k)} \end{cases}$$

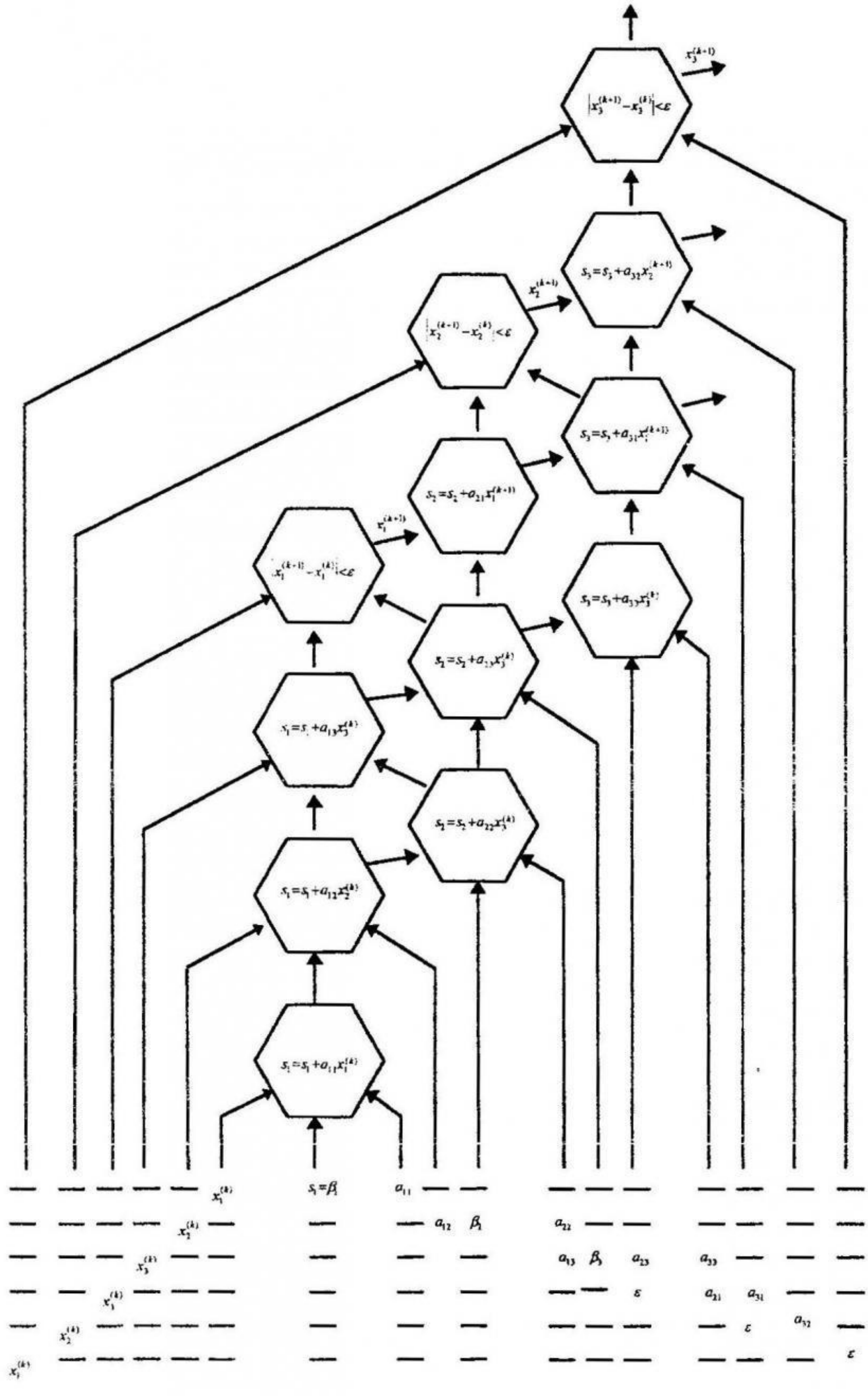
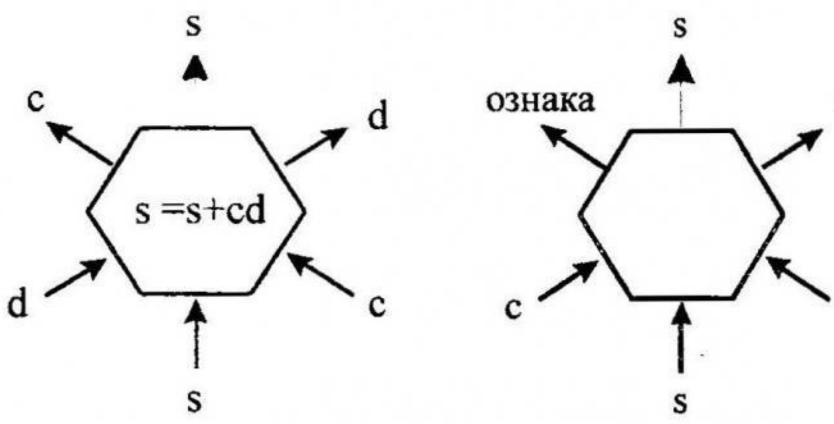


Рис. 1.

ціну алгоритму:

$$C_n = nT_n = 2(2n+1)n;$$

На рис. 1 зображена схема систолічного масиву для розглянутої системи. В цьому систолічному масиві використані базова та логічна систолічні комірки:



а) базова б) логічна

На одній ітерації цього методу задіяно 12 систолічних комірок, з яких 9 - базових та 3 - логічних, число тактів — 6.

В загальному випадку для системи рівнянь n-го порядку буде задіяно n(n+1) систолічних комірок, а число тактів на одній ітерації рівне 2n.

1. Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах. - М.: Наука, 1986. - 296 с. 2. Program simulation of parallel algorithms of the numerical analysis. A.I. Kardash, V.V. Chernyahovskyi, I.I. Chulyk. //Mathematical Modelling and Applied Mathematics. A.A.Samarskii and M.P.Sapogovas (Editors). Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland). 1992 IMACS. - pp. 253-259. 3. Алеева В.Н. Распараллеливание некоторых итерационных алгоритмов для решения системы линейных уравнений. - Новосибирск, 1982. -192 с.