УДК 539.214

Р.І. Кісіль, І.С. Муха

БЕЗУМОВНО СТІЙКА СХЕМА МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ТОНКОСТІННИХ ТВЕРДИХ ТІЛ

Розглядається задача пружнопластичного деформування трансверсально-ізотропного, однорідного, тонкостінного тіла, яке розташоване в об'ємі V і обмежене поверхнею S. Будемо припускати, що процес навантаження тіла зовнішніми силами перебігає досить повільно і його можна розглядати як низку послідовних рівноважних станів. Це означає, що модель деформування може бути записана у квазістатичній постановці. Варіаційну постановку крайової задачі побудуємо на основі принципу віртуальних робіт. Для цього необхідно задати зв'язок між безмежно малими приростами напружень і безмежно малими приростами деформацій. Такий зв'язок отримаємо з математичної моделі пружнопластичного деформування Прандтля - Рейса. Необхідна для побудови ітераційного процесу залежність між скінченними приростами напружень та пластичних деформацій записана з використанням алгоритму середньої точки. Це забезпечує безумовну стійкість чисельної схеми. У випадку ідеального пружнопластичного тіла одержимо

$$\Delta\varepsilon_m^p = \Delta\lambda_m \frac{\partial F(\Sigma_m + \theta\,\Delta\Sigma_m)}{\partial\Sigma}, F(\Sigma_m + \Delta\Sigma_m) = 0, \quad \theta \in [0;1].$$

Лінеаризуючи ці співвідношення, отримаємо

$$d\Sigma_m = \left[A^*_{m+\theta} - \frac{A^*_{m+\theta} : \frac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma} \otimes \frac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma} : A^*_{m+\theta}}{\frac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma} : A^*_{m+\theta} : \frac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma}} \right] d\varepsilon_m$$

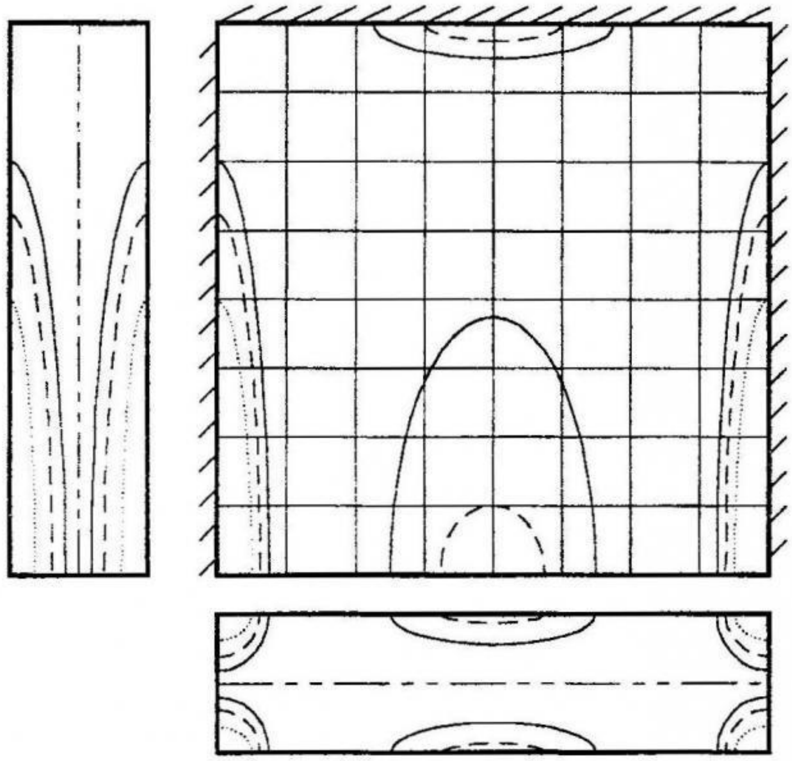
$$- \frac{F_{m+\theta}\, A^*_{m+\theta} : \frac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma}}{\frac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma} : A^*_{m+\theta} : \frac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma}} +$$

$$+\frac{A^{*}_{m+\theta}:\dfrac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma}\otimes\dfrac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma}:A^{*}_{m+\theta}}{\dfrac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma}:A^{*}_{m+\theta}:\dfrac{\partial F_{m+\theta}}{\partial\Sigma}}:\left(A^{-1}\Delta\Sigma_m-\Delta\varepsilon_m\right).$$

Оскільки розглядається тонкостінне тіло, то доцільно здійснювати редукцію тривимірної лінеаризованої задачі до двовимірної з використанням гіпотез теорії оболонок, а також гіпотези стосовно розподілу напружень по товщині тіла. Редукована задача розв'язується методом скінченних елементів з використанням біквадратичних ізопараметричних апроксимацій. По розв'язках, отриманих у рамках двовимірної постановки, відновлюються просторові поля переміщень та напружень і по них будується наступне наближення варіаційного рівняння. Такий підхід дає змогу визначати зону поширення пластичних деформацій по товщині тіла.

Запропонований у даній роботі чисельний алгоритм застосову-вався для дослідження напружено-деформованого стану квадратної пластинки з ідеально пружнопластичного матеріалу під дією рівно-мірно розподіленого навантаження p_n. Довжина сторони пластини 0.4м., товщина 0.02м. Числові результати отримані для модуля Юнга E = 200000 *МПА* та коефіцієнта Пуассона $\nu = 0.3$. Межа текучості Σ_T = 245*МПА*. Досліджувались критичні значення навантаження, при якому в тілі починали виникати пластичні деформації, а також розвиток зони їх поширення по товщині та поверхні. Обчислення проводились на квадратній сітці 8×8 скінченних елементів з точністю $\varepsilon = 0.001$. Процес навантаження складався з чотирьох кроків, на кожному з яких конструкція довантажувалась на $0.25\,p_n$.На рисунку зображено зону поширення пластичних деформа-цій на поверхнях жорстко защемленої на трьох краях і вільної на четвертому краю пластинки та у двох перерізах по товщині.

Пластичні деформації в такому тілі починають виникати в місцях з'єднання жорстко защемлених країв з вільним, коли навантаження досягає 1.42 *МПА*. Подальше їх поширення відбувається вздовж защемлених сторін. Зону пластичності при p_n.9 *МПА* зображено точковою лінією. Якщо навантаження досягне 2.3 *МПА*, утворюються ще дві зони пластичності посередині вільного та защемленого навпроти нього країв. Штрихова лінія відповідає тиску p_n =2.5 *МПА*, а суцільна - тиску p_n =3.1 *МПА*.



Відмічено добре якісне узгодження картин поширення зон пластичності з результатами, наведеними в [1].

1. Стрельбицкая А.И., Колганин В.А., Матошко С.И. Изгиб прямоугольных пластин за пределом упругости. К.: Наук. думка, 1971.

УДК 519.72

В.Я. Козак, В.А. Ліщинський

ПОБУДОВА ПЕРЕДАВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ЛІНІЙНИХ НЕЧІТКИХ СИСТЕМ

Досліджуються звичайні лінійні системи, задані структурними схемами і передавальними функціями елементів. Поняття нечіткої системи введено на основі аналізу властивостей структур розглядуваних систем, поняття нечіткого графа, можливих варіантів з урахуванням ідей побудови систем нечіткої і імовірнісної структури. Воно є результатом внесення нечіткості у зв'язки між елементами заданої (чіткої) системи.