ліворуч або праворуч, формування дерева з піддерев, приформування нового рівня до дерева, зміни дерева шляхом перестановки піддерев, наклеювання піддерев, виділення в дереві шляхів між двома вузлами, до вершини, до листків, виділення заданого рівня, визначення висоти та ширини дерева.

Реалізація кожного з операторів суттєво залежить від структури зберігання дерева.

Використання засобів об'єктно-орієнтованого програмування до реалізації задач роботи з деревами дозволило виділити лише чотири базові операції через які реалізуються більшість операторів обробки дерев [1]. Такими операціями є перехід до заданого вузла, пошук піддерева, зсув вказівника вниз та вверх по дереву.

1. Дзіковська М.О., Костів О.В. Застосування об'єктно-орієнтованого підходу до обробки деревовидних структур даних //Вісн.Львів.ун-ту. Сер. задачі і методи прикладної математики. 1995. Вип.42. С. 59-63.

УДК 519.689

Р.Б. Кравець

БАГАТОВИМІРНА МОДЕЛЬ ДАНИХ У СИСТЕМАХ АНАЛІТИЧНОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ

В основі розв'язання задач планування та прийняття рішень лежить багатопараметричний аналіз факторів, що описують ділянку конкретної предметної області, яка досліджується. Проектування систем аналітичної обробки інформації (OLAP - on-line analytical processing), спрямованих на розв'язання такого роду задач, полягає у виявленні та описі величин, що аналізуються, та параметрів, від яких ці величини залежать. Іншими словами, процес проектування зводиться до побудови функцій багатьох змінних, що набуває скінченної кількості значень на скінченній області визначення.

Такий підхід до проектування структур даних у системах аналітичної обробки інформації будемо називати багатовимірним. Тут розглядаються основні поняття та операції багатовимірної моделі даних, яка реалізує цей підхід. У багатовимірній моделі даних для змінних будемо використовувати термін вимір (dimension), а для функції - термін міра (measure).

Означення 1. *Виміром D називається пойменована сукупність даних, що набуває значень на певному домені. Домен виміру D будемо позначати як dom(D). Значення d виміру D,* $d \in dom(D)$, *називається членом виміру D. Отже,* $d_1,\ldots, d_k$, $d_i \in dom(D)$, *- сукупність всіх членів виміру D. Кількість k всіх членів виміру D називається обсягом виміру D і позначається як vol(D).*

Означення 2. *Нехай маємо сукупність вимірів* $D_1, D_2,\ldots, D_n$ *з доменами* $dom(D_1), dom(D_2),\ldots, dom(D_n)$ *відповідно. Кожному набору* $(d_{j1}^{(1)}, d_{j2}^{(2)},\ldots, d_{jn}^{(n)})$, *де* $d_{ji}^{(i)} \in dom(D_i)$, $1\le j_i\le k_i$, $k_i=vol(D_i)$, $1\le i\le n$, *- довільний член виміру* D_i, *поставимо у відповідність значення* $m_{j1,j2,\ldots,jn} \in \Re$, $\Re$ *- множина дійсних чисел. Сукупність таких значень та вимірів називається мірою m над вимірами* $D_1, D_2,\ldots, D_n$. *Кількість вимірів, від яких залежить міра m, визначає вимірність міри.*

Сукупність всіх вимірів та доменів, на яких вони набувають значень, міри m утворює схему міри m - $M(D_1, D_2,\ldots, D_n)$, $dom(D_1)$, $dom(D_2),\ldots, dom(D_n)$.

Означення 3. *Відношенням r між вимірами* D_1 *та* D_2 *називається підмножина декартового добутку* $D_1\times D_2$ *така, що:*

$\forall d_1 \in dom(D_1)\ \exists d_2 \in dom(D_2) \wedge \exists (d_1,d_2) \in r$,

$\forall d_1^{(1)} \in dom(D_1) \wedge \forall d_1^{(2)} \in dom(D_2) \wedge \forall d_2^{(1)} \in dom(D_1) \wedge \forall d_2^{(2)} \in dom(D_2) \wedge \exists (d_1^{(1)},d_1^{(2)}) \in r \wedge \exists (d_2^{(1)},d_2^{(2)}) \in r\ (d_1^{(1)}=d_2^{(1)}) \Rightarrow (d_1^{(2)}=d_2^{(2)})$.

Нехай r є відношенням між вимірами D_1 та D_2 з доменами $dom(D_1)$ та $dom(D_2)$, $K=D_1$ - ключ відношення. Така сукупність вимірів D_1, D_2, доменів $dom(D_1)$, $dom(D_2)$ та ключа $K=D_1$ утворює схему відношення r - $R(\underline{D_1}, D_2)$.

Розглянемо основні операції над мірами.

Арифметичні операції.

Нехай маємо міри m_1 та m_2 зі схемами $M_1(D_1, D_2,\ldots, D_n)$ та $M_2(D_1, D_2,\ldots, D_n)$, $dom(D_1),\ldots, dom(D_n)$. Тоді $m_1\oplus m_2$, де $\oplus$ - арифметична операція, визначається так. Нехай $m_1 = \{m_{i1,i2,\ldots,in}^{(1)} \mid \forall i_j, 1\le i_j\le k_j, k_j=vol(D_j), 1\le j\le n, m_{i1,i2,\ldots,in}^{(1)}=m_1(d_{i1},d_{i2},\ldots,d_{in})\}$, $m_2 = \{m_{i1,i2,\ldots,in}^{(2)} \mid \forall i_j, 1\le i_j\le k_j, k_j=vol(D_j), 1\le j\le n, m_{i1,i2,\ldots,in}^{(2)}=m_2(d_{i1},d_{i2},\ldots,d_{in})\}$. Тоді $m = m_1\oplus m_2 = \{m_{i1,i2,\ldots,in} \mid \forall i_j, 1\le i_j\le k_j, k_j=vol(D_j), 1\le j\le n, m_{i1,i2,\ldots,in} = m(d_{i1},d_{i2},\ldots,d_{in}) = m_{i1,i2,\ldots,in}^{(1)}\oplus m_{i1,i2,\ldots,in}^{(2)}\}$.

Слід зазначити, що, оскільки арифметичні операції над мірами визначені на основі арифметичних операцій над дійсними числами, то для них зберігаються і всі відповідні властивості (асоціативність додавання та множення, дистрибутивність множення та ділення по відношенню до додавання і віднімання, комутативність додавання та множення).

Операція зрізу (slice).

Нехай маємо міру m зі схемою $M(D, D_1, D_2,..., D_n)$, $dom(D)$, $dom(D_1)$, $dom(D_2)$,..., $dom(D_n)$; $m = \{m_{i,i1,i2,...,in} \mid \forall\ i_j,\ 1 \le i_j \le k_j,\ k_j = vol(D_j),\ 1 \le j \le n,\ k = vol(D),\ 1 \le i \le k,\ m_{i,i1,i2,...,in} = m(d, d_{i1}, d_{i2},..., d_{in})\}$.

Тоді $m' = SLICE_{D=d^*(m)} = \{m_{i1,i2,...,in} \mid \forall\ i_j,\ 1 \le i_j \le k_j,\ k_j = vol(D_j),\ 1 \le j \le n,\ m_{i1,i2,...,in} = m(d^*, d_{i1}, d_{i2},..., d_{in})\}$. Отримаємо міру m' зі схемою $M'(D_1, D_2,..., D_n)$, $dom(D_1)$, $dom(D_2)$,..., $dom(D_n)$.

Перерахуємо деякі властивості операції зрізу. Нехай маємо міри m, m_1 та m_2 над вимірами $D_1, D_2,..., D_n$. Виконуються такі властивості:

1. комутативність:
$SLICE_{D1=d1}(SLICE_{D2=d2}(m)) = SLICE_{D2=d2}(SLICE_{D1=d1}(m))$;

2. дистрибутивність операції зрізу стосовно арифметичних операцій: $SLICE_{D=d}(m_1 \oplus m_2) = SLICE_{D=d}(m_1) \oplus SLICE_{D=d}(m_2)$.

Операція агрегації по відношенню (drill up).

Нехай маємо міру m зі схемою $M(D_1, D_2,..., D_n)$, $dom(D_1)$, $dom(D_2)$,..., $dom(D_n)$; $m = \{m_{i1,i2,...,in} \mid \forall\ i_j,\ 1 \le i_j \le k_j,\ k_j = vol(D_j),\ 1 \le j \le n,\ m_{i1,i2,...,in} = m(d_{i1}, d_{i2},..., d_{in})\}$. І нехай маємо відношення r зі схемою $R(\underline{D}_1, D)$, $dom(D_1)$, $dom(D)$.

Тоді $m' = DRILLUP_{r(D1,\ D)}(m) = \{m_{i,i2,...,in} \mid \forall\ i_j,\ 2 \le i_j \le k_j,\ k_j = vol(D_j),\ 1 \le j \le n,\ 1 \le i \le k,\ k = vol(D),\ m_{i,i2,...,in} = \sum_{(d1,d2) \in r} m_{i_1,i_2,...,i_n}\}$. Отримаємо міру m' зі схемою $M(D, D_2,..., D_n)$, $dom(D)$, $dom(D_1)$,..., $dom(D_n)$.

Розглянемо властивості операції агрегації по відношенню. Нехай маємо міри m, m_1 та m_2 над вимірами $D, D_1, D_2,..., D_n$, відношення r_1, r_2 зі схемами $R(D_1, D_1')$, $R(D_2, D_2')$ відповідно. Виконуються такі властивості:

комутативність:
$DRILLUP_{r1}(DRILLUP_{r2}(m)) = DRILLUP_{r2}(DRILLUP_{r1}(m))$;

дистрибутивність операції агрегації по відношенню стосовно арифметичних операцій:
$DRILLUP_r(m_1 \oplus m_2) = DRILLUP_r(m_1) \oplus DRILLUP_r(m_2)$;

комутативність операцій агрегації по відношенню та операції зрізу: $DRILLUP_r(SLICE_{D=d}(m)) = SLICE_{D=d}(DRILLUP_r(m))$.

Описані операції над мірами з перерахованими властивостями є потужним та ефективним засобом маніпулювання даними в багатовимірній моделі.